

Série P₄ : GRAVITATION UNIVERSELLE

EXERCICE 1 (N°15 page 129 Collection KANDIA 2015)

EXERCICE 2 (N°19 page 130 Collection KANDIA 2015)

EXERCICE 3 (N°21 page 131 Collection KANDIA 2015)

EXERCICE 4 (N°22 page 131 Collection KANDIA 2015)

EXERCICE 5 (Extrait du BAC S2 2008)

Uranus est la 7^{ème} planète du système solaire. Elle a été découverte en 1781 par William Herechelle. Elle fut mieux connue par l'homme grâce à son survol, en 1986, par la sonde Voyager II. Uranus met 84 ans pour faire un tour complet autour du soleil. Les cinq plus gros satellites de la planète Uranus ont été découverts grâce aux observations depuis la terre la terre entre 1787 et 1948. IL s'agit de : Miranda, Ariel, Umbriel, Titania et Obéron.

Le tableau qui suit précise le rayon de la trajectoire de l'orbite décrite par chaque satellite autour d'Uranus et la période de révolution (durée d'un tour autour d'Uranus).

Stellite	Rayon de l'orbite r(10 ⁶ m)	Période de révolution T (jour)
MIRANDA	129,8	1,4
ARIEL	191,2	2,52
UMBRIEL	266,0	4,14
TITANIA	435,8	8,71
OBERON	582,6	13,50

Dans tout le tout le problème, on suppose que la répartition de masse des astres est à symétrie sphérique. Les mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel « Uranocentrique » supposé galiléen. On donne : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{SI}$. On prendra 1 jour = 86400s.

1. On se propose de déterminer la vitesse d'un satellite d'Uranus. On admet que le centre d'inertie du satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel « Uranocentrique ».

1.1. Rappeler la définition d'un référentiel géocentrique. Définir, par analogie, le référentiel « Uranocentrique ».

1.2 Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

1.3 Etablir l'expression de la vitesse V du satellite en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution.

1.4 Faire l'application numérique pour le satellite Umbriel.

2- Dans la suite, on cherche à déterminer la masse M d'Uranus par deux méthodes.

2.1 Méthode graphique.

La courbe de la fonction $V^2 = f\left(\frac{1}{r}\right)$ où V est la vitesse du satellite dans le référentiel « Uranocentrique » et r le rayon de l'orbite autour d'Uranus est représentée ci-contre.

2.1.a Etablir l'expression de la vitesse V en fonction de G, M et r.

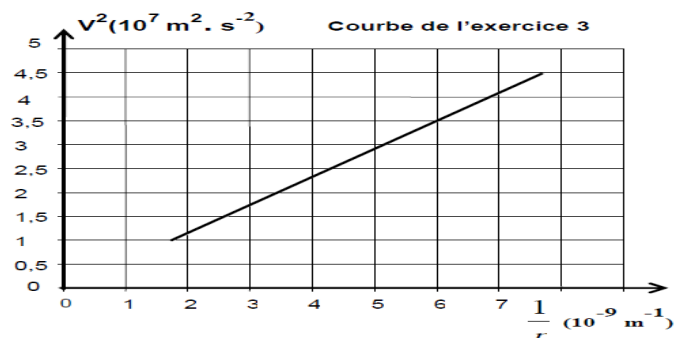
2.1.b En vous aidant de la courbe, déterminer la masse d'Uranus (il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la copie ; on expliquera seulement le mode d'exploitation).

2.2 Utilisation de la loi troisième loi de Kepler.

2.2.a Etablir la 3^{ème} loi de Kepler $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$.

2.2.b En utilisant les informations données sur les satellites, montrer, au erreurs d'expériences près, que le rapport est une constante dont on donnera la valeur numérique.

2.2.c En déduire la masse d'Uranus et comparer le résultat avec celui obtenu par la méthode graphique.

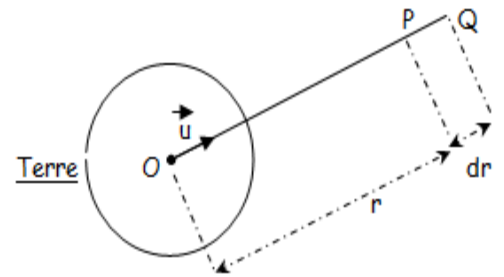


EXERCICE 6

La Terre, de masse $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg et de rayon $R_T = 6370$ km a une répartition de masse symétrie sphérique. La constante gravitationnelle vaut $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$ S.I et durée du jour sidéral est $T_0 = 86164$ s.

1. Soit un point P situé à l'altitude z , donner, dans le repère (O, \vec{u}) l'expression du vecteur champ de gravitation $\vec{G}(z)$ créée en P par la Terre.

2 Un solide ponctuel de masse m est initialement au point P. Il se déplace jusqu'au point Q situé à une distance $r + dr$ du point O. (dr est très petit par rapport à r).



2.1 Exprimer en fonction de K , M_T , m , r et dr le travail élémentaire dW effectué par la force de gravitation que la Terre exerce sur le solide m .

2.2 En déduire l'expression du travail W de cette force gravitationnelle lorsque r varie de r_1 à r_2 . Quelle conclusion peut-on tirer sur cette force.

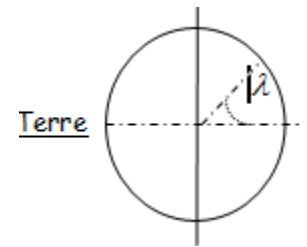
2.3 En utilisant la relation entre la variation d'énergie potentielle et le travail W de la force gravitationnelle, montrer qu'à l'altitude z , l'énergie potentielle de gravitation du système (Terre + solide) peut se mettre sous la forme :

$$E_p = -\frac{KM_T m}{(R_T + z)} \quad \text{si} \quad E_p(\infty) = 0$$

3 Le solide de masse m est au repos sur la Terre en un point de latitude λ .

3.1 Exprimer l'énergie mécanique E_0 du solide en fonction de K , M_T , m , R_T , λ et T_0 .

3.2 Calculer l'énergie mécanique E_0 sachant que la masse du solide vaut $m = 800$ kg.



4. Le solide est maintenant satellisé à l'altitude z . Sa trajectoire dans le repère géocentrique est circulaire de rayon $r = R_T + z$.

4.1 Exprimer la vitesse V du satellite dans le repère géocentrique en fonction de K , M_T et r .

4.2 Déterminer l'expression de son énergie mécanique E à l'altitude z .

4.3 Calculer V et E sachant que $z = 600$ km.

5. Montrer que l'énergie ΔE qu'il a fallu fournir au satellite précédent au repos sur la Terre peut se mettre sous la forme :

$$\Delta E = KM_T m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r} \right) - \frac{2\pi^2 m R_T^2 \cos^2 \lambda}{T_0^2}$$

En déduire du point de vue énergétique l'emplacement le plus favorable des bases de lancement des satellites. Justifier.

AU TRAVAIL !