

### Série P<sub>3</sub> : ENERGIE POTENTIELLE- ENERGIE MECANIQUE

#### EXERCICE 1

**N.B-** On prendra comme état de référence le plan horizontal passant par OD et comme origine des altitudes celui passant par AC (voir figure 1).

Un solide de masse  $m=1\text{ kg}$  assimilable à un point matériel se déplace sur une piste constituée de trois parties:

- Une partie rectiligne AB inclinée d'un angle  $\alpha=30^\circ$  par rapport à l'horizontale ;
- Une partie circulaire BC, de centre O et de rayon  $r=1\text{ m}$
- Une partie circulaire CD, de centre O' et de rayon  $r'=\frac{r}{2}$ .

**1** Déterminer les altitudes  $z_A, z_B, z_C$  et  $z_D$  des points A, B, C et D respectivement.

**2-** Le solide est lancé à partir du point A avec une vitesse  $V_A=6\text{ m/s}$ .

**2.a-** En supposant les frottements négligeables sur la partie AB, déterminer l'énergie cinétique  $E_{cB}$  du solide au point B.

**2.b-** En réalité, il existe des forces de frottements équivalentes à une force unique  $\vec{f}'$  s'exerçant sur le solide sur toute la partie AB. Déterminer l'intensité de  $f$ , sachant que le solide arrive au point B avec une vitesse nulle.

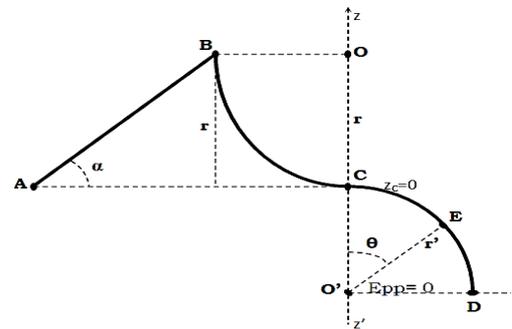
**3-** Le solide aborde maintenant, sans vitesse initiale, la partie circulaire BC. Il existe des forces de frottements équivalentes à une force unique  $\vec{f}'$  s'exerçant tangentiellement sur toute la partie BC. Déterminer l'intensité  $f'$ , sachant que la vitesse au point C est  $V_C=2\text{ m/s}$ .

**4-** Le solide arrive au point C avec une vitesse  $V_C=2\text{ m/s}$  ; où il aborde enfin la partie circulaire CD qui est verglacée ; les frottements seront donc négligés. Le solide passe en un point E de la partie CD, défini par  $(\vec{O'C}, \vec{O'E}) = \theta$ ; OD étant porté par l'horizontale.

**4.a-** Exprimer sa vitesse  $V_E$  en fonction de  $g, r', V_C$  et  $\theta$  ?

**4.b-** Le solide quitte la piste en E avec la vitesse  $V_E=3\text{ m/s}$ . Calculer la valeur de l'angle  $\theta$ .

**4.c-** Avec quelle vitesse, le solide atterrit-il sur la piste de réception en un point P ?



#### EXERCICE 2

Un pendule élastique est constitué par un solide ponctuel (S) de masse  $m=400\text{ g}$  qui est relié à un ressort de masse négligeable et de raideur  $k=14,4\text{ N/m}$ . L'ensemble est posé sur un plan incliné d'un angle  $=30^\circ$  par rapport à l'horizontale. Sur ce plan les frottements sont supposés négligeables.

**1-** Trouver l'allongement  $x_0$  du ressort à l'équilibre.

**2-** On écarte le solide (S) d'une distance  $a=6\text{ cm}$  vers le bas et le lâche sans vitesse initiale. Le pendule oscille entre  $x=+a$  et  $x=-a$ .

**2.1-** Donner l'expression de l'énergie potentielle quand le solide est au point  $x=+a$  en fonction de  $k, x_0$  et  $a$ . Faire l'application numérique.

**2.2-** Exprimer la valeur  $V$  de la vitesse de passage du solide (S) au point O (position d'équilibre) en fonction de  $k, m$  et  $a$ . Calculer  $V$ .

- L'état de référence des énergies potentielles de pesanteur est choisi à la position d'équilibre.
- L'état de référence des énergies potentielles élastiques est choisi pour le ressort détendu.

**3-** Après plusieurs oscillations le solide se détache du ressort au point M d'abscisse  $x=+a$ . Le solide glisse sur la piste MCDE formé de deux parties :

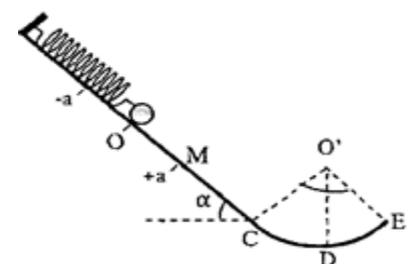
- Une partie rectiligne MC lisse de longueur  $L=6,4\text{ cm}$  ;
- Une partie circulaire CDE de centre O', de rayon  $r=8\text{ cm}$  et d'angle au centre  $\beta=60^\circ$ .

**3.1-** Déterminer, de deux manières différentes, la valeur  $V_C$  du solide au point C.

**3.2-** Le solide arrive en D avec une vitesse de valeur  $V_D=0,9\text{ m/s}$ .

**a-** Calculer les variations de l'énergie potentielle  $\Delta E_{pp}$  et l'énergie cinétique  $\Delta E_c$  entre C et D.

**b-** Les forces de contact exercées par la piste CDE sur le solide sont-elles conservatives ? Justifier. Si non, déterminer l'intensité supposée constante de la force non conservative.

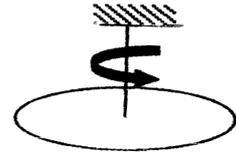


### EXERCICE 3

Un pendule de torsion est constitué d'un fil de torsion vertical au quel est suspendu par son centre un disque.

Le moment d'inertie du disque par rapport à l'axe de rotation  $\Delta$  est  $J_{\Delta}$ .

La constante de torsion du fil est  $C$ . On tord le fil d'un angle  $\theta_0$  correspondant à une rotation de deux tours, l'extrémité supérieure étant fixe, puis on abandonne le système sans vitesse initiale. Calculer la vitesse angulaire du disque lorsque la torsion du fil est égale à la moitié de  $\theta_0$ , puis lorsqu'elle est nulle.



**Données :**  $C = 0,010 \text{ Nm/rad}$  ;  $J_{\Delta} = 0,02 \text{ kg.m}^2$ .

### EXERCICE 4

Un pendule constitué d'une bille ponctuelle, de masse  $m = 100 \text{ g}$ , suspendue à un fil de masse négligeable de longueur  $\ell = 60 \text{ cm}$ . L'autre extrémité est attachée en  $O$ , situé à  $H = 1,50 \text{ m}$  au-dessus du sol (**voir figure**).

Dans tout le problème, on appliquera les propriétés relatives à l'énergie mécanique en choisissant comme origine des espaces le point  $B$  et comme origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par  $B$ . On négligera l'action de l'air sur la bille pour les questions 1) et 2).

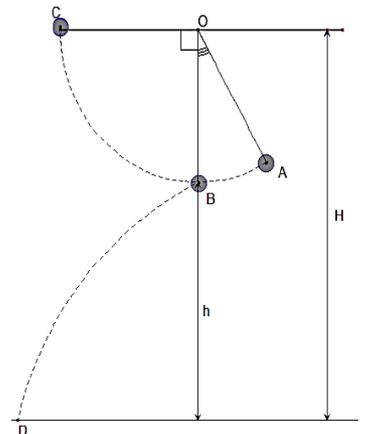
**1-** On écarte le pendule d'un angle  $\theta = 30^\circ$  à partir de sa position d'équilibre puis on l'abandonne sans vitesse initiale au point  $A$ .

Déterminer la vitesse  $V_B$  de la bille à l'instant où elle passe à sa position d'équilibre.

**2-** La sphère est désormais lancée à la position  $A$  avec une vitesse  $V_A$ . Quelle doit être la valeur minimale de cette vitesse pour que le pendule puisse atteindre la position horizontale  $C$ .

**3-** En réalité, l'action de l'air n'est pas négligeable. On constate que la bille s'arrête en un point  $E$  situé entre  $B$  et  $C$  tel que  $\text{COE} = \alpha = 30^\circ$ . On suppose qu'il existe une force de frottement d'intensité constante de même direction que la vitesse mais de sens opposé qui agit sur la bille. Calculer  $f$ .

**4-** A l'instant où la bille ; lâchée en  $A$  sans vitesse, passe par sa position d'équilibre, le fil se détache et la bille poursuit son mouvement sur une trajectoire parabolique. Avec quelle vitesse  $V_D$  arrive-t-elle au sol ? On néglige l'action de l'air dans cette question.



### EXERCICE 5

Une barre  $AB$ , homogène, de section constante, de masse  $M = 4 \text{ kg}$  et de longueur  $L = 1,4 \text{ m}$  est mobile sans frottement au tour d'un axe horizontal situé au voisinage immédiat de son extrémité  $A$ . A l'instant  $t = 0$ , la barre est horizontale et son énergie potentielle est nulle, on communique alors son extrémité  $B$  une vitesse  $\vec{V}$  verticale, dirigée vers le bas, de valeur  $V = 5 \text{ m/s}$ .

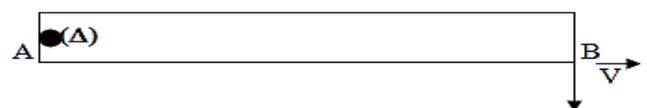
1- Calculer l'énergie mécanique de la barre au début de son mouvement / On donne  $J_{\Delta} = \frac{1}{3}ML^2$

2- Quelle est au cours du mouvement, la hauteur maximale atteinte par le point  $B$  ; La repérer en prenant comme référence le niveau de l'axe.

3- Quelle est la vitesse angulaire  $\omega$  de la barre lorsque le centre d'inertie  $G$  passe par l'altitude  $z_B = -1 \text{ m}$  ? Pour quelle valeur de  $z_B$  la vitesse angulaire est-elle maximale ? Calculer numériquement  $\omega_{\text{max}}$  correspondante.

4- Quelle valeur minimale  $V_{\text{min}}$  faut-il donner à la vitesse initiale du point  $B$  pour que la barre fasse le tour complet.

5- On lance désormais la barre à partir de la même position horizontale, mais en imprimant au point  $B$  une vitesse verticale  $V$  dirigée vers le haut de valeur  $V' = 10 \text{ m/s}$ . Quelles sont les vitesses  $V_1$  et  $V_2$  du point  $B$  lorsqu'il passe à la verticale, respectivement, au dessus de l'axe puis en dessous ?



**AU TRAVAIL !**