

## P<sub>2</sub> : Energie Cinétique

### Exercice 1

Un automobiliste laisse son véhicule au sommet O d'une côte de longueur  $L = 500$  m et qui fait avec l'horizontale un angle  $\alpha = 4^\circ$ . Le frein à main de la voiture se desserre partiellement et celle-ci descend alors et parvient au bas de la côte (point A) avec une vitesse  $V_A = 9 \text{ km.h}^{-1}$ .

- 1- La masse de la voiture est  $M = 800$  kg et l'intensité de la pesanteur vaut  $g = 9.8 \text{ N.kg}^{-1}$ . Calculer, en la supposant constante, l'intensité  $f$  de la force de freinage qui s'exerce sur la voiture. Cette force de freinage  $f$  est parallèle à la route.
- 2- Parvenu en A, au bas coté, la voiture continue son mouvement en ralentissant jusqu'en B où elle s'immobilise. En supposant que l'intensité  $f$  de la force de freinage demeure constante, quelle distance  $L' = AB$  la voiture parcourt-elle avant de s'arrêter ?

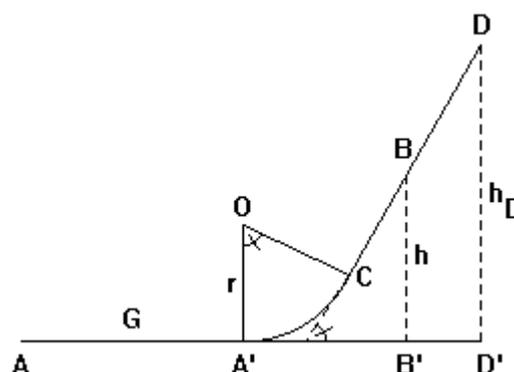
### Exercice 2 :

Pour éprouver sa force, un joueur dispose d'une piste sur laquelle il propulse puis abandonne un palet de masse  $m$ . La piste située dans un plan vertical est formée d'une partie rectiligne et horizontale, raccordée tangentiellement à un arc de cercle, raccordé lui-même à une partie rectiligne inclinée.

Le schéma représente la trajectoire suivie par le centre d'inertie G du palet. L'épreuve est réussie si G parvient en D à une hauteur  $h_D$  au dessus du plan horizontal qui contient AB. Les frottements sont négligés dans les questions 1) et 2).

Une force de propulsion  $\vec{F}$ , constante d'intensité  $F$  est exercée sur le palet tout le long du trajet AA' de longueur  $AA' = L$ .

Cette force cesse en A'. on prendra  $g = 10 \text{ N/kg}$ .



- 1) Soit  $\vec{V}$  la vitesse du centre d'inertie G du palet en A'. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique :
  - a) Exprimer la valeur de  $v_0$  de la vitesse de G en A' en fonction de  $F, L$  et  $m$  ;
  - b) Exprimer  $v$  en fonction de  $h$ , dénivellation de P par rapport à A'.
- 2) Déduire de la question précédente l'intensité  $F$  de la force de propulsion qui permet à G d'arriver en D avec une vitesse nulle. On exprimera  $F$  en fonction de  $m, l, h_D$  puis on calculera  $F$ .  
 AN. :  $h_D = 2,5 \text{ m}$  ;  $L = 0,5 \text{ m}$  ;  $m = 5 \text{ kg}$ .
- 3) En fait entre A' et D on admet qu'il existe des forces de frottement équivalente à une force opposée à la vitesse d'intensité  $f = 10 \text{ N}$ .

Calculer la force  $F$  de propulsion qui permet au mobile d'arriver en D avec une vitesse nulle.

**Données :**  $r = 1 \text{ m}$  ;  $\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

### Exercice 3 :

On considère la piste représentée ci-contre:

- AB : plan lisse, incliné de  $\alpha = 30^\circ$  et de longueur  $\ell = 5 \text{ m}$ .
- BC : plan horizontal rugueux de longueur  $L$ .
- CD : quart de cercle, supposé lisse, de centre O et de rayon  $r = 0,5 \text{ m}$ .
- DF : plan horizontal.

Un solide ponctuel (S) de masse  $m = 1 \text{ Kg}$  est abandonné en A sans vitesse initiale.

- 1- Déterminer  $V_B$ , valeur de la vitesse du solide (S) en B.
- 2- L'intensité des forces de frottements sur BC vaut  $f = 15 \text{ N}$ , sachant que (S) arrive en C avec une vitesse nulle, déterminer alors la longueur  $L$  du plan BC.

3- Le solide (S) aborde la portion circulaire avec une vitesse nulle comme décrit précédemment.

3-1- Exprimer la vitesse du solide (S) au point M en fonction de  $r, g$  et  $\theta$ .

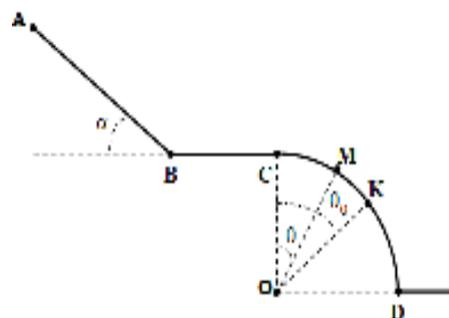
3-2- Sachant que le solide (S) quitte la portion circulaire au point K avec une vitesse  $v_k = \sqrt{\frac{2gr}{3}}$ , déterminer alors l'angle

$\theta_0 = (\vec{OC}, \vec{OK})$

3-3- En réalité, sur la portion circulaire CD, il existe des frottements d'intensité  $f'$ . Ainsi le solide (S) passe en un point N situé entre C et K avec une vitesse  $V_N = 0,5 \text{ m/s}$  tel que l'angle  $(\vec{ON}, \vec{OK}) = \beta = 10^\circ$ .

Déterminer  $f'$ .

3-4- Avec quelle vitesse (S) atterrit-il au point X sur le plan DF ?



3-5- En touchant le plan DF, le solide (S) rebondit en perdant  $\frac{2}{5}$  de son énergie cinétique. Jusqu'à quelle hauteur h va-t-elle remonter ?

**Exercice 4 :**

Une locomotive de masse 50 tonnes remorque 05 wagons de masse 30 tonnes chacun. La locomotive peut développer une puissance maximale  $P = 600 \text{ kW}$ . Le convoi roule sur une route horizontale. La résistance de l'air est équivalente à une force unique  $\vec{f}$  de même direction que le déplacement mais de sens contraire. On détermine l'intensité de la force  $\vec{f}$  pour plusieurs valeurs de la vitesse v. On obtient les résultats suivants :

v (m.s <sup>-1</sup> )	5	10	15	20	25
f (N)	750	3000	6750	12000	18750

- 1) Tracer le graphe donnant les variations de f en fonction de v<sup>2</sup>. En déduire une loi de variation de f. Echelle : en abscisse : 1cm pour 50 m<sup>2</sup>.s<sup>-2</sup> ; en ordonnée : 1cm pour 200N.
- 2) Trouver l'énergie cinétique du convoi lancé à 90 km.h<sup>-1</sup>.
- 3) En combien de temps la vitesse du convoi passe-t-elle de 90 à 91 km.h<sup>-1</sup>, le wagon développant la puissance maximale ? On supposera que la résistance de l'air garde une valeur constante pour cette faible variation de vitesse.
- 4) Quelle est la valeur maximale de la vitesse que le convoi peut atteindre ?

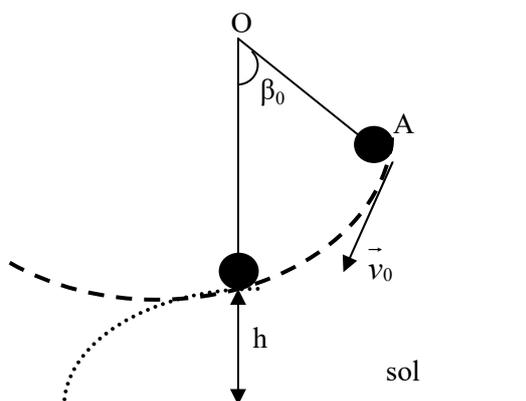
**Exercice 5 :**

Un pendule simple est constitué d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur  $L = OA$ , dont une extrémité est solidaire en O d'un axe de rotation fixe horizontal alors que l'autre supporte en A une bille de masse m quasi ponctuelle. Le

fil est écarté de sa position d'équilibre d'un angle  $\beta_0$  et la bille est lancée vers le bas avec un vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  perpendiculaire au fil.

A une date t quelconque, la position de la bille est repérée par l'angle  $\beta$  que forme le fil avec la position d'équilibre.

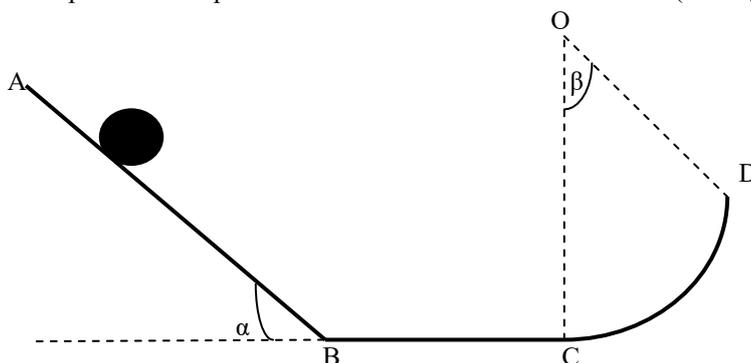
**Données :**  $L = 0,50 \text{ m}$  ;  $m = 50 \text{ g}$  ;  $\beta_0 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$  ;  $v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $h = 2 \text{ m}$ .



1. Par application du théorème de l'énergie cinétique, exprimer la valeur v de la vitesse de la bille à une date t en fonction de  $v_0$ ,  $\beta$ ,  $\beta_0$ , g et L.
2. Quelle doit être la vitesse minimale de  $v_0$  pour que la bille fasse un tour complet autour de l'axe, le fil restant tendu.
3. Au fait avec cette vitesse minimale de  $v_0$  le fil casse au passage par la position d'équilibre stable. Quelle est l'énergie cinétique de la bille à son arrivée au sol ?

**Exercice 6 :**

Un solide de masse  $M = 10 \text{ kg}$  quitte sans vitesse initiale le point A d'une pente inclinée d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontal. Il arrive au point B de la pente à la vitesse  $\vec{v}$  d'intensité  $v = 8 \text{ m.s}^{-1}$  (voir figure). La distance AB = 10m.



1. Montrer que la descente du solide se fait avec frottement.
2. On suppose que ces forces de frottement sont équivalentes à une force  $\vec{f}$  parallèle au plan incliné. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer l'intensité de  $\vec{f}$ .
3. En B, les forces de frottement cessent. Le solide continue de glisser sur le plan horizontal BC et aborde en C un arc de cercle de rayon  $R = 6 \text{ m}$  et de centre O (voir figure).
  - 3.a. Calculer la vitesse d'arrivée du solide en C.
  - 3.b. Calculer la hauteur maximale atteinte par le solide (point D).
4. En déduire l'angle  $\beta$  correspondant.

**On donne :**  $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ .

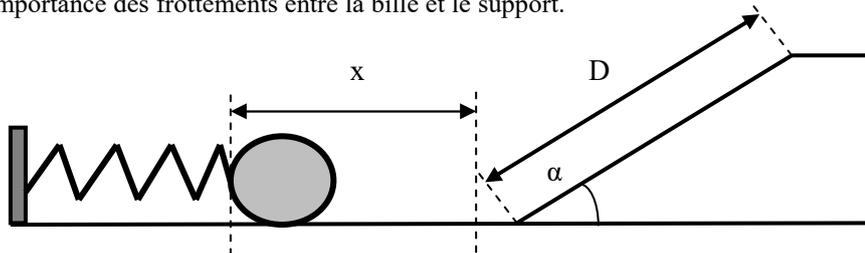
### Exercice 7 :

Le lanceur d'un billard (« flipper ») est constitué d'un ressort horizontal de raideur  $k$ , de longueur à vide  $L_0$  et d'une « tirette » qui permet de comprimer le ressort.

Une bille de masse  $m$  vient se positionner contre une butée, solidaire de la tirette et d'une extrémité du ressort. Quand la bille est expulsée par le lanceur, elle aborde une gouttière qui est un plan incliné d'un angle  $\alpha$  avec l'horizontale et dont la ligne de plus grande pente a pour longueur  $D$ .

**Données :**  $k = 360 \text{ N.m}^{-1}$  ;  $m = 100 \text{ g}$  ;  $\alpha = 20^\circ$  ;  $AB = 2\text{m}$ .

On négligera l'importance des frottements entre la bille et le support.



1. Le joueur tire le lanceur vers lui

Le ressort est comprimé de  $x = |L_1 - L_0|$  où  $L_1$  désigne la nouvelle longueur du ressort. La bille reste en contact avec la butée.

- A quelles forces est soumise la bille ?
  - Rappeler l'expression de l'intensité de la tension  $\vec{T}$  d'un ressort pour une compression  $x = \delta l$  quelconque.
2. Le joueur lâche la tirette : le ressort se détend et pendant toute cette phase quelconque (quelques fractions de seconde) la bille reste en contact avec la butée.
- Enumérer les travaux effectués par les forces qui agissent sur la bille lorsque le ressort se détend.
  - Pour le travail effectué par la tension  $\vec{T}$ , l'expression  $W = T \cdot x$  est-elle applicable ?
  - Exprimer le travail élémentaire  $\delta W$  réalisé par  $\vec{T}$  lors d'un petit déplacement  $\delta x$ .
  - On montre que  $\Sigma \delta W_T = \frac{1}{2} k \cdot x^2$ . Par application du théorème de l'énergie cinétique à la bille entre l'instant où le ressort a pour longueur  $L_0$  et celui où il a pour longueur  $L_1$ , exprimer la vitesse  $v_1$  d'expulsion de la bille en fonction de  $k$  et  $m$ .

**Application numérique :**  $x = |L_1 - L_0| = 5 \text{ cm}$ . Vérifier que  $v_1 = 3 \text{ m.s}^{-1}$ .

3. Le ressort est entièrement détendu, et la bille est libérée.

Par application du théorème de l'énergie cinétique à la bille entre des états que l'on précisera, déterminer l'expression de sa vitesse au sommet de la gouttière.

- Quelle compression minimale  $x_m$  le joueur doit-il donner au ressort pour que la bille entre dans le jeu, c'est-à-dire parvienne au sommet de la gouttière ?

### Exercice 8 :

Un disque de masse  $m = 200 \text{ g}$ , de rayon  $R = 20 \text{ cm}$ , est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de son axe. Sa vitesse angulaire est  $\omega = 120 \text{ tr/min}$ .

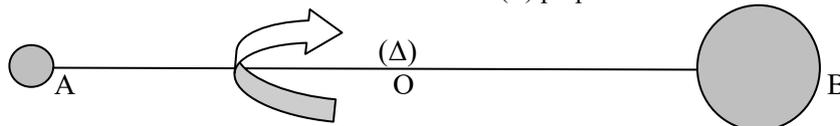
- Quelle est la vitesse d'un point  $M$  situé à  $5 \text{ cm}$  du centre du disque ?
- Quel est le moment d'inertie du disque par rapport à son axe ?
- Pour entretenir ce mouvement, un moteur exerce un couple de moment  $M$  dont la puissance est  $P = 500 \text{ mW}$ . Que vaut  $M$ . Montrer que des frottements interviennent et calculer le moment du couple de frottement agissant sur ce disque.
- A un instant donné, le moteur est débrayé et dès lors, on applique une force  $\vec{f}$  tangente au disque d'intensité  $f = 0,2 \text{ N}$ . En supposant que le couple de frottement dont le moment a été calculé précédemment continu à agir, (en gardant toujours ce même moment), calculer le nombre de tours effectués par le disque avant qu'il ne s'arrête.

On rappelle que le moment d'inertie d'un disque par rapport à son axe est  $J = \frac{1}{2} mR^2$

### Exercice 9 :

*Dans tout l'exercice on négligera les forces de frottement.*

Deux sphères homogènes et quasi ponctuelles  $A$  et  $B$  et de masse  $m_A$  et  $m_B$  sont reliées par une tige de masse négligeable. L'ensemble est mobile autour d'un axe horizontal  $(\Delta)$  perpendiculaire à  $AB$  en son milieu  $O$ .



1. La tige partant de la position horizontale, est abandonnée sans vitesse initiale.

- Exprimer en fonction de  $g$  et  $L = AB$ , la vitesse angulaire maximale  $\omega_{\max}$  du système au cours de son mouvement.

Calculer  $\omega_{\max}$ . **On donne :**  $m_B = 3 m_A$  ;  $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$  et  $L = 20 \text{ cm}$ .

- Jusqu'à quelle hauteur  $h_{\max}$  la sphère  $B$  va-t-elle monter avant de rebrousser chemin ?

2) On suppose que le système tourne maintenant autour d'un axe  $(\Delta')$  situé en  $A$  et parallèle à l'axe  $(\Delta)$ . Quelle est la valeur du moment d'inertie  $J_{\Delta'}$  du système ? Calculer  $\omega'_{\max}$  dans ce cas.

3) Quelle est la vitesse minimale à laquelle il a fallu lancer le système en  $B$  pour qu'il fasse un tour complet autour de l'axe  $(\Delta)$  ?

4) Si la masse de la tige était égale à  $2m_A$ , déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble s'il tourne à une vitesse angulaire de  $150$  tours par minute autour de l'axe  $(\Delta)$ .