IA PIKINE-GUEDIAWAYE / **LYCEE DE THIAROYE** Année Scolaire : 2018-2019

Cellule Pédagogique de Sciences Physiques Classe : **Terminale S1**

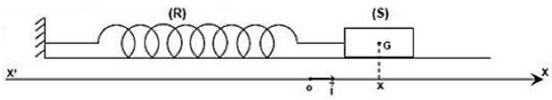
Série P_{11} : OSCILLATIONS MECANIQUES LIBRES

EXERCICE 1

Un solide (S) de masse m peut glisser, sans frottement, sur un plan horizontal. Le solide est lié à l'une des extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K.

1- A l'origine des temps, on communique au solide (S) pris dans sa position d'équilibre une vitesse initiale V_0= -0,5ms^{-1}, il se met alors à osciller de part et d'autre de sa position d'équilibre O origine du repère (O, $\vec{i}$) comme l'indique la figure ci-dessous.

Au cours de son mouvement, le centre d'inertie G du solide est repéré par son abscisse x(t)



1.1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x du solide et en déduire la nature du mouvement du solide.

1.2- Montrer que $x(t)=X_m\sin(\omega_0 t+\phi_x)$ est solution de l'équation différentielle si $\omega_0^2=\frac{k}{m}$.

1.3- Déterminer l'expression de la vitesse instantanée du solide v(t).

2- Les chronogrammes de la figure-2- représentent les courbes de variation en fonction de temps de l'abscisse x(t) et de la vitesse v(t) du solide.

2.1- Montrer que la courbe (1) correspond à x(t).

2.2- Déterminer à partir du graphe :

- L'amplitude de mouvement X_m
- L'amplitude de la vitesse V_m et justifier que $V_0 = -V_m$.
- La phase initiale ϕ_x. **(01 pt)**

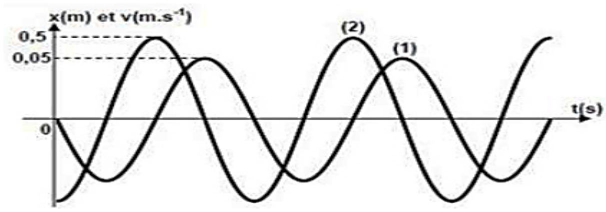


figure 2

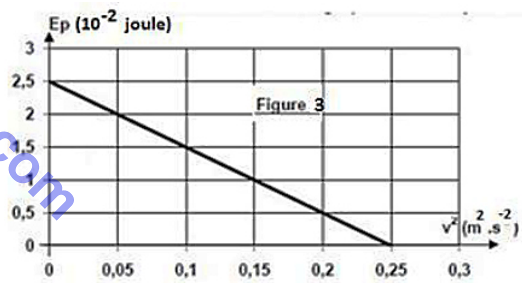
2.3- En déduire la période propre T_0 du pendule.

3- La courbe de la figure-3- représente les variations de l'énergie potentielle élastique du système en fonction du carré de sa vitesse $E_P = f(v^2)$.

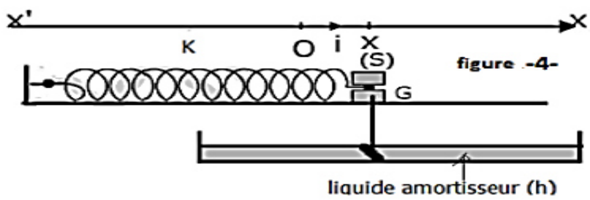
3.1- En admettant que le système (solide-ressort) est conservatif d'énergie mécanique totale $E_m=\frac{1}{2}K.X_m^2$, établir l'expression de l'énergie potentielle en fonction de m, k, V et X_m.

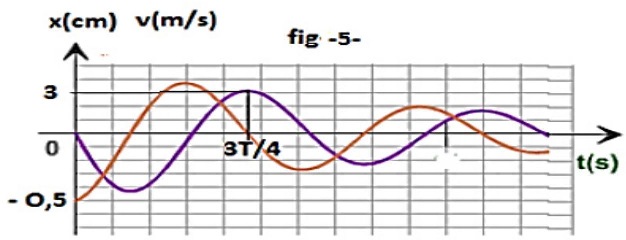
3.2- Déterminer à partir de la figure-3- la masse m du solide.

3.3 En déduire la raideur K du ressort. **(0,5 pt)**



4- En réalité le solide est soumis à une force de frottement de type visqueux $\vec{f}$= - h.$\vec{v}$ ou $\vec{v}$ est son vecteur vitesse instantané et h est le coefficient de frottement visqueux comme l'indique la figure-4- .





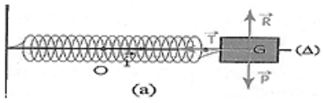
4.1- Donner l'équation différentielle des oscillations amortis obtenues. **(0,5 pt)**

4.2 En se servant de la figure-5- représentant les variations temporelles de l'abscisse x(t) et de la vitesse v(t), Calculer la variation de d'énergie mécanique entre l'origine des temps t_0 = 0(s) et la date $t_1=\frac{3T}{4}$.

EXERCICE 2

Un solide S de centre d'inertie G, de masse m = 0,1 kg, fixé à un ressort de raideur k = 10 N.m^{-1} coulisse sur une tige horizontale. On désigne par x (t) la position de G dans le repère (O,$\vec{i}$) à l'instant t, O étant la position de G à l'équilibre.

On écarte S de sa position d'équilibre et on le lâche en lui donnant une vitesse initiale. L'unité de longueur est le mètre et l'unité de temps est la seconde ; on donne x_0 = 0,05m et $\dot{x}_0 = -0{,}5 m/s^2$.



1- On néglige les frottements. On dit que S est un oscillateur mécanique libre.

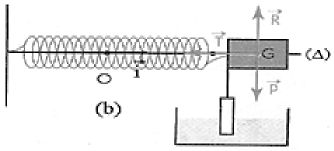
1.1. Démontrer que l'équation horaire du mouvement de G est de la forme : $x(t) = X_{max} \cos(\omega_0 t + \phi)$.

1.2- Calculer X_{max}, ω_0, ϕ et la période T_0 du mouvement.

1.3. Tracer la courbe représentative de l'élongation du mouvement de G.

2- Le mouvement de S est amorti par des frottements dont la force est proportionnelle à la vitesse du mobile, le coefficient de proportionnalité h de cette force étant tel que $h^2 < 4mk$. On dit que S est un oscillateur mécanique amorti.

2.1- Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur mécanique.



2.2 Démontrer que l'équation horaire du mouvement de G est de la forme : $x = X_m e^{-\lambda t} \cos(\omega t + \varphi)$

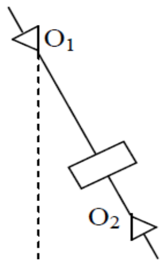
2.3- Calculer X_m, ω, ϕ et la pseudo période T du mouvement, sachant que $h = 0{,}2\ N/ms^{-1}$.

2.4- Tracer la courbe représentative de l'élongation du mouvement de G.

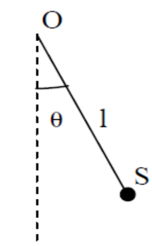
EXERCICE 3

L'intensité de la pesanteur, en un lieu, peut être mesurée avec une grande précision à l'aide d'un pendule réversible dont la période est la même pour deux axes de rotation particuliers O_1 et O_2 appelés axes réciproques (voir figure).

Ce pendule a même période que celle d'un pendule simple constitué d'une petite sphère (S) de masse m suspendue à un point fixe O par un fil inextensible de longueur (l) égale à la distance O_1O_2 des axes réciproques.



Pendule réversible



Pendule simple

1. Le pendule simple, écarté de sa position d'équilibre puis abandonné à lui-même oscille dans un plan vertical. Soit θ l'angle qu'il fait à un instant t avec la verticale passant par O et V la vitesse du solide S.

1.1. Exprimer en fonction de θ l'énergie potentielle de pesanteur du pendule en prenant pour origine des énergies potentielles la position d'équilibre stable.

1.2 En supposant l'angle θ est suffisamment petit pour qu'on puisse faire les approximations : $\sin\theta \approx \theta$ et $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$, montrer que l'énergie mécanique totale du pendule peut s'exprimer par :

$E_T = \frac{1}{2} ml[g\theta^2 + l\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2]$.

1.3 En négligeant la résistance de l'air, établir l'équation différentielle du mouvement du pendule et exprimer la période T.

2 Pour mesurer l'intensité de la pesanteur du lieu de l'expérience, on mesure la durée (τ) de vingt oscillations pour différentes longueurs l du pendule et pour la même amplitude :

l(m)	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
τ (s)	18	24	31	36	40	44
T^2 (s^2)						

2.1 Recopier le tableau, le compléter puis tracer le graphe $T^2 = f(l)$.

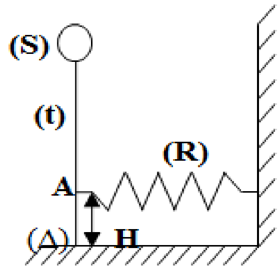
2.2 La courbe obtenue est-elle en accord avec l'expression de la période du mouvement établie en 1.3 ? Justifier.

2.3 En exploitant le graphe, déduire la valeur de g au lieu de l'expérience.

EXERCICE 4 **(N° 24 KANDIA 249 Collection KANDIA 2015)**

EXERCICE 5

Le système schématisé ci-contre comprend : une sphère homogène (S) de masse M et rayon r, une tige homogène (t) de longueur L et de masse m dont l'une des extrémités est soudée à (S) et l'autre est fixée au sol et un ressort (R) de constante de raideur K, de masse négligeable, de longueur à vide lo, dont l'une des extrémités est fixée en un point A de la tige à $H = \frac{1}{3} L$ du support et l'autre extrémité est nouée à un support vertical rigide. (t) et (S) peuvent tourner autour d'un axe horizontal (Δ).



On désigne par J le moment d'inertie du système par rapport à l'axe (Δ). Quand la tige est verticale le ressort n'est ni allongé ni comprimé et son axe reste horizontal durant le mouvement. *On néglige tout frottement*.

1. Préciser la position du centre d'inertie Go du système à l'équilibre, on exprimera littéralement la distance séparant Go du sol.

2. On écarte le système tel que la tige fasse un angle θ_m petit avec la verticale puis on l'abandonne sans vitesse initiale

2.1. En utilisant la méthode de votre choix, montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left[\frac{K\ L^2}{9\ J} - \frac{g}{J}\left(\frac{1}{2}\, m\, L + M\,(L + r)\right)\right]\theta = 0$$

NB : On prendra l'énergie potentielle nulle à la position d'équilibre. (g = 9,8 SI)

2.2. Quelle condition doit vérifier L pour que le mouvement du système soit une rotation sinusoïdale ?
Pour répondre à cette question on tiendra compte à toute fin utile des valeurs numériques suivantes : M = m = 1 kg ; r = 0,25 m ; J = 1,6 kg.m^2 ; K = 100 N.m^{-1}.

3. On donne à la longueur de la tige la valeur L = 1,5 m et soit $\theta_m = \frac{\pi}{25}$ rad l'écart angulaire initial.

3.1. On demande, après avoir précisé la nature du mouvement, la période T.

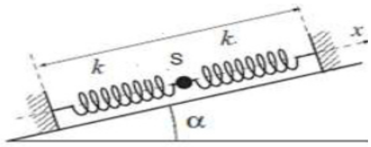
3.2. Quelle est la valeur de la vitesse angulaire maximale du système ?

EXERCICE 6 (BAC S1 2016)

3-1 Deux ressorts identiques, de longueur à vide Lo= 10 cm, de raideur k = 20 N.m^{-1} sont tendus et fixés à deux supports P_1 et P_2, distants de L = 30 cm, sur un plan incliné d'un angle α = 30°.
Un solide ponctuel S de masse m= 100 g est fixé aux deux ressorts (fig1).

3-1-1 Recopier la figure, puis représenter les forces qui s'exercent sur le solide ponctuel S, à l'équilibre. **(0,25 pt)**

3-1-2 Calculer, le solide ponctuel S étant en équilibre, les allongements respectifs des ressorts (R_1) et (R_2). **(0,5 pt)**



(fig 1)

3-2 On associe à cet ensemble un repère constitué d'un axe (X'X) orienté vers le haut et parallèle à la direction des ressorts. L'origine de ce repère coïncide avec la position du solide S, au repos. A la date to = 0, le solide S est déplacé de sa position d'équilibre, le long de l'axe, vers le bas, de 2 cm, puis lâché sans vitesse initiale. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur coïncide avec la position du solide S en équilibre.

3-2-1 En négligeant l'action de l'air, établir à partir d'une étude dynamique, l'équation différentielle du mouvement du solide S. **(0,5 point)**

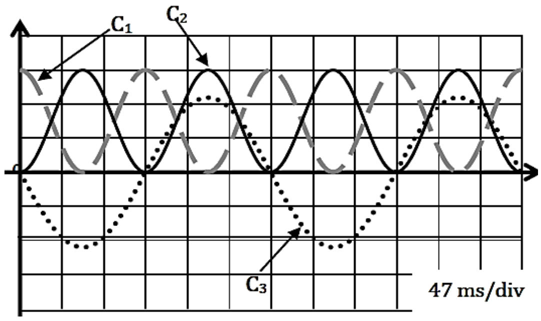
3-2-2 Préciser la nature du mouvement du solide S ; exprimer ensuite la période propre, T_o, de ce mouvement. **(0,25 point)**

3-2-3 Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système «ressorts, solide S et terre». **(0,5point)**

3-3 On néglige toujours les forces de frottement. On note x la position du solide S et $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ sa vitesse.
Montrer que ces deux paramètres d'évolution du solide S, la position et la vitesse, obéissent à une relation de la forme : $\dot{x}^2 + A^2x^2 - B^2 = 0$, où A et B sont des constantes positives dont on précisera les expressions.

3-4 Grâce à des capteurs on peut enregistrer l'évolution temporelle de la position x du solide ponctuel S puis tracer les courbes qui donnent son énergie cinétique E_C et de l'énergie potentielle Ep du système «ressort-solide (S)-terre» en fonction du temps.

3-4-1 Identifier, en justifiant, la courbe relative à la vitesse du solide, celle relative à son énergie cinétique et celle relative à l'énergie potentielle du système « ressorts-solide S et terre ».



3-4-2 Déterminer graphiquement les valeurs des périodes T et T_0, respectives, de l'énergie potentielle Ep et de la position instantanée x du solide S. Les comparer.

3-5 Déterminer, en millijoules, la valeur de chaque division de l'axe des énergies. En déduire la vitesse maximale du solide S.

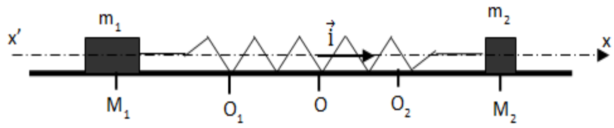
EXERCICE 7

Données : Masse molaires en g.mol^{-1} : $^{1}_{1}H$: 1 ; $^{35}_{17}Cl$: 35 ; $^{37}_{17}Cl$: 37. Constante de Planck : h = 6,62.10^{-34} J.s Constante d'Avogadro : N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}. Constante de raideur de la liaison H-Cl pour les deux molécules : K = 461 N.m^{-1}

Un système est constitué de deux palets de masses m_1 et m_2, placés sur une table à coussin d'air horizontale, reliés par un ressort de constante de raideur K et de masse négligeable. Les centres d'inertie des deux palets occupent les positions O_1 et O_2 à l'équilibre.

1.

1.1. Montrer que le centre d'inertie du système reste fixe au cours du mouvement.



1.2. Trouver la relation reliant à chaque instant les écarts algébriques x_1 et x_2 des palets par rapport à leurs positions d'équilibre respectives.

2. Etablir la relation algébrique de la force de rappel exercée par le ressort sur chaque palet.

3. Déterminer l'équation différentielle du mouvement de chaque palet et la période des oscillations du système.

4.

4.1. Montrer que le mouvement de chaque palet est identique à celui d'un point matériel de masse $M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, sollicité par un ressort de constante de raideur raideur K (oscillateur équivalent).

4.2. Exprimer l'énergie potentielle d'interaction des deux palets et leur énergie cinétique. En déduire l'énergie mécanique de l'oscillateur équivalent en fonction de K et de l'amplitude des oscillations.

5. Application à la molécule de chlorure d'hydrogène

5.1. Calculer la fréquence d'oscillation N_1 de la molécule H-Cl constituée avec l'isotope $^{1}_{1}H$ de l'hydrogène et l'isotope $^{35}_{17}Cl$ du chlore.

5.2. Calculer en picomètre l'amplitude des oscillations de la molécule précédente sachant que l'énergie de vibration E est fournie à la molécule par absorption d'une radiation électromagnétique de fréquence N_1.

5.3. Soit N_2 la fréquence d'oscillation de la molécule H-Cl constituée avec l'isotope $^{1}_{1}H$ de l'hydrogène et l'isotope $^{37}_{17}Cl$ du chlore. Calculer le rapport $\frac{N_1}{N_2}$.

AU TRAVAIL !