

Série P1 : CINEMATIQUE DU POINT

EXERCICE 1

Deux points matériels (M) et (M') sont en mouvement simultanés par rapport au référentiel terrestre. Les deux mobiles partent à l'origine des dates ($t_0 = 0s$).

1- Dans un repère orthonormé (O, \vec{i} , \vec{j}) du référentiel terrestre, les lois horaires du mobile (M) s'écrivent :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t(t - 1) \end{cases}$$
 avec t en seconde ; x et y en m.

1.a- Ecrire l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire sa nature. Représenter cette trajectoire pour t compris entre 0 et 2s. Echelle : 1cm sur le papier pour 1m.

1.b- Exprimer la vitesse \vec{V} et l'accélération \vec{a} du mobile (M).

1.c- A l'instant $t_1 = 1s$, le mobile (M) passe par une position M_1 avec une vitesse \vec{V}_1 . Déterminer la position M_1 et la vitesse \vec{V}_1 .

1.d- Déterminer la valeur de l'angle α que fait la vitesse \vec{V}_1 avec l'accélération.

1.e- On oriente la trajectoire dans le sens du mouvement. Déterminer les valeurs de l'accélération tangentielle \vec{a}_t , l'accélération \vec{a}_n et le rayon de courbure ρ_1 au point M_1 .

2- Dans le même repère (O, \vec{i} , \vec{j}), l'accélération du mobile (M') s'écrit : $\vec{a}' = 8\vec{i} + 8\vec{j}$. Le mouvement de ce mobile, débute sans vitesse à partir de la position M'_0 (0m ; -2m).

2.a- Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile (M') est rectiligne. Représenter cette trajectoire dans le même repère.

2.b- Montrer que les mobiles (M) et (M') se rencontrent à un instant t_r que l'on déterminera. Préciser les coordonnées du lieu de rencontre.

EXERCICE 2

Un mobile ponctuel M se déplace dans le repère orthonormé (O, \vec{i} , \vec{j} , \vec{k}). A tout instant t, le mobile M a un vecteur accélération $\vec{a} = -10\vec{k}$ (a est en $m.s^{-2}$). A la date $t = 0$ le mobile, se trouvant à la position M_0 (0, 0, 2 m). Son vecteur-vitesse est à la même date $\vec{V}_0 = 7\vec{i} + 3\vec{k}$ (V_0 en $m.s^{-1}$). Les coordonnées de M sont en mètres.

1. Montrer que le mouvement de M est plan. Dans quel plan s'effectue-t-il ?

2. Déterminer les lois horaires du mouvement [x(t), y(t) et z(t)].

3. Quelles sont l'équation cartésienne et la nature de la trajectoire ?

4. Déterminer de deux manières les coordonnées du sommet S de la trajectoire.

5. A quelle date et avec quelle vitesse le mobile rencontre-t-il l'axe des abscisses.

EXERCICE 3

Un mobile ponctuel se déplace dans un repère R(o, \vec{i} , \vec{j}) ; son mouvement débute à l'instant $t_0=0$ et son vecteur vitesse est $\vec{V}=\vec{i}+2t\vec{j}$. A l'instant $t=4s$ il passe par le point A de coordonnées $x_A=2m$ et $y_A=0$.

1 Etablir les lois horaires du mouvement.

2 Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

3 Construire la courbe de la trajectoire dans le repère R(o, \vec{i} , \vec{j}) entre les instants $t=0$ et $t=5s$. Echelle : 1cm correspond à 1m.

4 Déterminer le vecteur accélération \vec{a} .

5 Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse \vec{V}_A lorsque le mobile passe par A.

6 Représenter qualitativement le vecteur vitesse \vec{V}_A et le vecteur accélération \vec{a} .

7 En déduire les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération en A.

EXERCICE 4

Dans un espace muni d'un repère (O, \vec{i} , \vec{j}) un mobile A est animé d'un mouvement d'accélération constante de module $2m.s^{-2}$.

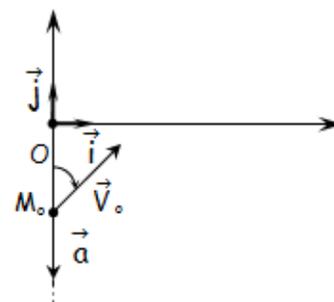
A l'instant initiale $t= 0$, il passe par la position M_0 telle que $OM_0= 2m$ avec un vecteur vitesse \vec{V}_0 de module $10m.s^{-1}$ faisant un angle de 60° avec la verticale (voire figure).

1- Donner les coordonnées des vecteurs position ; vitesse et accélération du mobile à l'instant initial.

2- Exprimer les vecteurs vitesse et position du mobile à tout instant.

3- Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile A. Préciser sa nature.

4- A quelles dates le mobile A rencontre-t-il l'axe des abscisses ?



5- Un autre mobile B est lancé à la date $t=0$ à partir d'un point N_0 ($39,5\text{m}$; -39m) avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 = 4 \vec{j}$. Quelle doit être son accélération pour que sa rencontre avec (A) se fasse au point d'abscisse $39,5\text{m}$?

EXERCICE 5

1) Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère (O, \vec{i}) . Son accélération est constante. A l'instant $t_0 = 0\text{s}$, l'automobile part d'un point M_0 . A l'instant $t_1 = 3\text{s}$, l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59\text{m}$ à la vitesse algébrique $V_1 = 6\text{m/s}$. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150\text{m}$ à la vitesse algébrique $V_2 = 20\text{m/s}$.

- a- Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.
- b- A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?
- c- Calculer la longueur l du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20s .

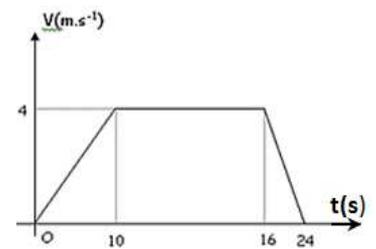
2) A la date $T = 1\text{s}$, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante $V' = 20\text{m/s}$ passe par le point M' d'abscisse $x' = -5\text{m}$. Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20s , la moto va d'abord dépasser l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :

- a- l'équation horaire du mouvement dans le repère (O, \vec{i}) ,
- b- les dates des dépassements,
- c- les abscisses des dépassements,
- d- la vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto,
- e- la distance d parcourue par la moto entre les dates $T = 1\text{s}$ et la date où elle dépasse l'automobile.

EXERCICE 6

Un mobile décrit une trajectoire rectiligne le long de l'axe $x'x$. On donne la représentation graphique de sa vitesse en fonction du temps.

- 1) Quelle est la nature du mouvement lors de chaque phase ? Justifier.
- 2) Calculer son accélération au cours des trois phases du mouvement. En déduire sa représentation graphique.
- 3) Ecrire pour chaque phase les équations horaires $x(t)$ du mouvement sachant qu'à la date $t_0 = 0\text{s}$ il passe par l'origine de l'axe.
- 4) Calculer la distance parcourue par le mobile entre les dates $t_0 = 0$ et $t = 24\text{s}$.



EXERCICE 7

Un solide supposé ponctuel est attaché à un ressort à l'instant $t_0 = 0\text{s}$; le solide est ramené au point d'abscisse x_0 ; on lui communique une vitesse \vec{V}_0 et on l'abandonne à lui-même, il effectue donc un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'enregistrement est donné par la figure suivante.

1°) a- En exploitation l'enregistrement déterminer : la pulsation du mouvement ω , l'élongation initiale x_0 , l'amplitude X_m et la phase initiale ϕ .

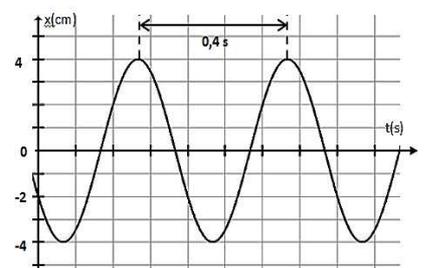
b - En déduire la loi horaire $x = f(t)$.

2°) Déterminer l'expression de la vitesse en fonction du temps. En déduire la valeur algébrique de la vitesse initiale \vec{V}_0 .

3°) A l'instant $t_1 > 0$; le mobile repasse pour la première fois par la position d'abscisse x_0 dans le sens négatif .a- Déterminer graphiquement t_1 .

b- Retrouver t_1 par le calcul.

4°) Déterminer la valeur algébrique du vitesse du solide lors de son premier passage par la position d'abscisse $x=2\text{cm}$.



EXERCICE 8

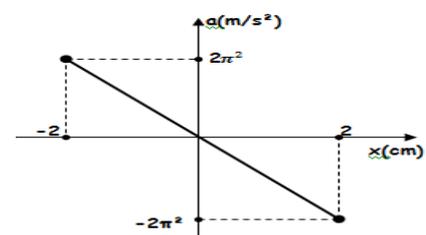
Le graphe ci-contre représente les variations de l'accélération en fonction de l'abscisse x d'un mobile en mouvement rectiligne sur un segment de droite.

1- Etablir l'équation différentielle du mouvement.

2- En déduire l'équation horaire sachant qu'à la date $t=0\text{s}$ l'élongation du mobile est minimale.

3- A quelle date le mobile passe-t-il pour la première fois au point d'abscisse $x = 1\text{cm}$.

4- Déterminer la vitesse du mobile et son accélération lorsque son élongation vaut $-1,5\text{cm}$.



EXERCICE 9

Un mobile est animé d'un mouvement d'équations :

$$\begin{cases} x = 1 + 2 \sin(2\pi t) \\ y = 2 \cos(2\pi t) - 4 \end{cases} \quad (x \text{ et } y \text{ en mètre et } t \text{ en seconde})$$

1-Etablir l'équation de la trajectoire du mobile. Représenter cette trajectoire.

2-Donner les coordonnées du vecteur vitesse \vec{V} , et celles du vecteur accélération \vec{a}

3- Peut-on dire que le vecteur accélération est constant ? Peut-on dire que la norme du vecteur accélération est constante ?

EXERCICE 10

Une piste de lancement a le profil représenté par la figure ci-contre :

- Une portion rectiligne AB= 10m ;
- Un arc de cercle BC de rayon OB= 3m et d'angle (BOC)= 30°.

Un véhicule M part de A au repos et doit atteindre la vitesse de 10m /s en B.

1- Calculer la valeur de l'accélération du véhicule sur le tronçon AB.

2- Calculer la durée Δt du parcours AB.

3- Ecrire l'équation horaire de M en prenant comme origine des temps l'instant où M est en B.

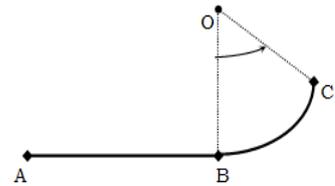
4- Le véhicule aborde le tronçon circulaire d'un mouvement d'accélération angulaire constante $\ddot{\theta} = 0,1 \text{ rad/s}^2$. Donner :

4.1- La vitesse angulaire $\dot{\theta}_B$;

4.2- Les équations horaires $\theta = f(t)$ et $\dot{\theta} = g(t)$ ($t_0 = 0$ lorsque le véhicule est en B).

4.3- L'instant où le mobile atteint le point C.

4.4- Les vitesses angulaire et linéaire du mobile en C.



EXERCICE 11

1. Un point M est animé d'un mouvement circulaire. Son élongation angulaire varie avec le temps suivant la relation $\theta = \frac{2}{3} t^3 - t + 2$. θ est en radian, t en seconde. Le rayon de la trajectoire est R = 20 cm.

1.1. Calculer la vitesse linéaire du point à la date $t = 1,5$ s.

1.2. Quelles sont les valeurs des accélérations tangentielle et normale du point à cette date ? En déduire les caractéristiques du vecteur accélération instantanée du mobile à cette date.

2. Un rotor est animé d'un mouvement circulaire uniformément varié. On donne, à la date t, l'accélération angulaire $\ddot{\alpha} = 40 \text{ rad.s}^{-2}$ et la vitesse angulaire $\dot{\alpha} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$.

Déterminer les normes des vecteurs-vitesse et accélération d'un point M situé à 10 cm de l'axe du rotor.

AU BOULOT !