Cellule de SCIENCES PHYSIQUES LDT Tl^{es} S1 ; 2

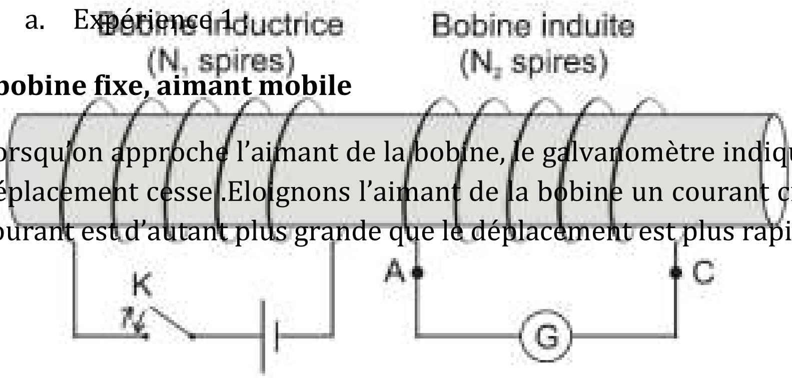
Lycée THIAROYE cissdorosp.e-monsite.com

Induction magnétique- Etude d'un dipôle (R, L)

1. Etude qualitative du phénomène d'induction / auto induction.

1.1. Expérience fondamentale

a. Expérience 1



- bobine fixe, aimant mobile

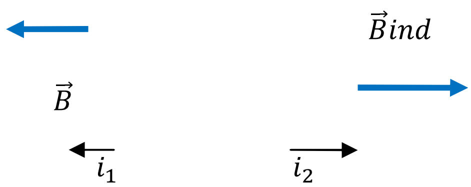
Lorsqu'on approche l'aimant de la bobine, le galvanomètre indique le passage d'un courant qui s'annule dés que le déplacement cesse .Eloignons l'aimant de la bobine un courant circule dans celle-ci en sens inverse .L'intensité du courant est d'autant plus grande que le déplacement est plus rapide.

-bobine mobile, aimant fixe

Les mêmes faits expérimentaux sont observables que précédemment.

Le courant qui apparait dans la bobine alors que le circuit ne comporte pas de générateur est le courant induit .La bobine dans laquelle circule le courant induit est l'induit. La source de champ magnétique (l'aimant pour notre exemple) est l'inducteur. C'est ce qu'on appelle le phénomène d'induction électromagnétique.

b. Expérience 2 :



- Quand on ferme l'interrupteur k, l'établissement du courant i_1 dans le solénoïde donne naissance à un courant induit i_2 dans la bobine (car i_1 varie de o à i_1) et i_2 devient nul dés que i_1 est constant.
- Quand on ouvre l'interrupteur k(i_1 décroit jusqu') s'annuler),un courant i_2 est crée dans la bobine et en sens inverse.
- Quand on ferme k et on fait varier i_1 à l'aide d'un rhéostat monté dans le circuit, on crée un courant induit dans la bobine.

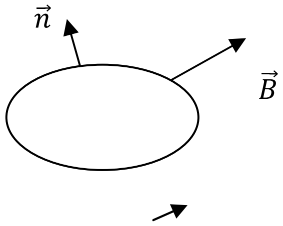
1.2. Flux magnétique et flux magnétique propre

Définition

Soit un circuit plan C situe dans un champ magnétique uniforme .Choisissons un sens arbitraire positif, ce sens nous permet de définir à l'aide de la règle du tire bouchon un vecteur unitaire n normal au plan du circuit. Par définition le flux magnétique à travers le contour C est égal au produit scalaire de $\vec{B}$ et $\vec{S}$

On le note $\phi = \overrightarrow{B}\,\overrightarrow{S} = \vec{B}\,\vec{n}\,S$

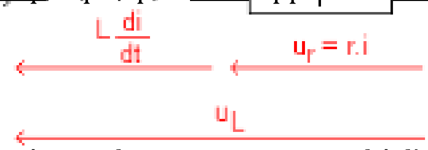
Autrement dit le flux $\boldsymbol{\phi = BS.\cos\theta}$ et le flux s'exprime dans le système internationale en weber



$\theta = (\vec{B}, \vec{n})$

1.3. Loi de Lenz

Le sens du courant induit est tel que le champ magnétique qu'il produit s'oppose à la variation de flux qui le produit.



1.4. Inductance d'une bobine

Lorsque le circuit est parcourue par un courant, il crée un champ proportionnel à l'intensité du courant .Le flux propre qui traverse ce circuit étant proportionnel à B et donc proportionnel à i. On pose Φ = Li ou L est le coefficieznt de proportionnalité : c'est une constante positive car i et Φ varie toujours dans le même sens. L est appelé auto induction ou inductance ou coefficient de self inductance ou self. Elle s'exprime en henry et ne dépend que de la géométrie du circuit. Considérons un solénoïde de rayon R et de l comportant N spires et parcourue par un courant variable d'intensité i.

$$\boldsymbol{\Phi = Li = NBS = N\mu_o niS \Longrightarrow L = N\mu_o nS = N^2\mu_o S\frac{1}{l} \Longrightarrow L = N^2\mu_o\frac{\pi R2}{l}}$$

1.5. Force électromotrice instantanée d'induction

$$\boldsymbol{e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li) = -L\frac{di}{dt}}$$

2. Etude d'une bobine (R,L)

2.1. Tension aux bornes d'une bobine

Si la résistance de la bobine n'est pas négligeable, celle-ci peut-être considérée comme l'association en série d'un conducteur ohmique et d'une bobine de résistance nulle.

$U_L = ri - e = ri + \boldsymbol{L\frac{di}{dt}}$ équation différentielle en i du premier ordre.

Notons que :

- Dans le cas où la bobine est une inductance pure, sa résistance est nulle et la tension à ses s'écrit : $U_L = +\boldsymbol{L\frac{di}{dt}}$
- En régime permanent, le courant est constant (i=cte), la tension aux bornes de la bobine s'écrit U_L =ri. la bobine se comporte comme un conducteur ohmique.

2.2. **Etablissement d'un courant dans un dipôle (R,L) : notion de constante de temps, expression**.

On considère le circuit suivant :

En régime permanent, le courant est constant ce qui donne $i = \frac{E}{R}$

Solution sans second membre :

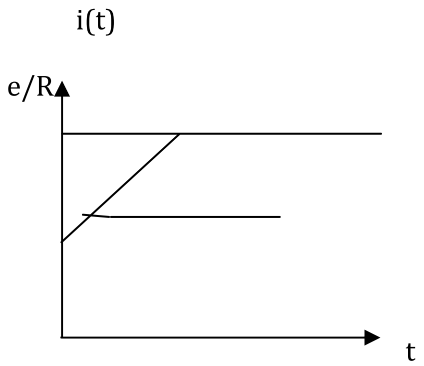
$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}$ i =o ce qui donne i = k.exp(- $\frac{R}{L}\,t$)   avec $\tau = \frac{L}{R}$ est appelé constante de temps

Solution particulière : $\frac{R}{L}\,i_2 = \frac{e}{L}$ ce qui donne $\mathbf{i_2} = \frac{e}{R}$

La solution générale est la somme de i1 et de i2 et la constante k est déterminée par les conditions initiales .On obtient :

$$\boxed{i = \frac{e}{R}\left(1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}$$

Traçons le graphe de l'intensité du courant i en fonction du temps



2. Energie magnétique emmagasinée dans une bobine

Expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine.

- Une bobine d'inductance **L,** traversée par un courant d'intensité **i,** emmagasine de l'énergie. C'est de l'énergie magnétique que l'on note $\mathbf{E_m}$ ou $\mathbf{W_L}$.

		$\mathbf{E_m}$ énergie en joule (J)
$\mathbf{E_m} = \mathbf{W_L} = \frac{1}{2}\,\mathbf{L}\,.\,\mathbf{i}^2$		**L** inductance en henry (H)
		I intensité en ampère (A)

- L'intensité du courant électrique dans un circuit comportant une bobine ne subit pas de discontinuité.

- Le courant s'établit de façon progressive et s'annule de la même façon.

- L'intensité du courant électrique ne peut pas passer de façon instantanée de la valeur zéro à la valeur **I**.

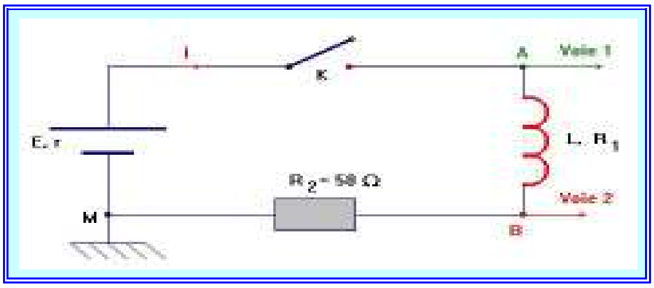
2.3. Annulation (rupture) du courant traversant une bobine

Pour l'annulation du courant, on élimine le générateur. La durée de l'établissement et l'annulation du courant électrique dépend de la constante de temps .Par un raisonnement analogue au cas précédent (établissement du courant), on obtient l'équation suivante : $i = \mathbf{I_o.exp(-}\frac{t}{\tau}\mathbf{)}$

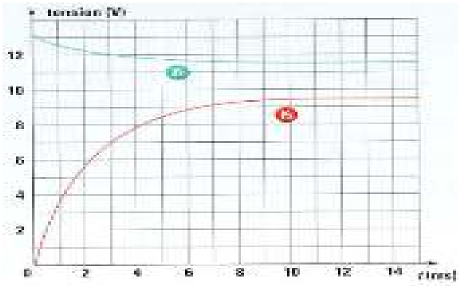
3. Applications

Étude d'un dipôle R, L.

Un ordinateur, relié au montage schématisé ci-dessous par une interface appropriée, permet d'enregistrer au cours du temps les valeurs des tensions.



1)- À l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur **K** et on procède à l'enregistrement. On obtient les courbes $\mathbf{y}_1 = f(\mathbf{t})$ et $\mathbf{y}_2 = g(\mathbf{t})$.



a)- Identifier les grandeurs $\mathbf{y}_1$ et $\mathbf{y}_2$. Justifier la réponse.

b)- À partir de la courbe représentant la variation de l'intensité du courant, expliquer le comportement de la bobine.

c)- Donner la valeur de la force électromotrice **E** de la pile.

2)- Lorsque le régime permanent est établi, l'intensité **i** prend la valeur $\mathbf{I}_P$ tandis que $\mathbf{y}_2$ prend la valeur $\mathbf{Y}_P$.

a)- Donner les expressions de $\mathbf{u}_{AM}$, $\mathbf{u}_{AB}$ et $\mathbf{u}_{BM}$.

b)- Montrer que la bobine a une résistance $\mathbf{R}_1$ non nulle.

3)- Le circuit étudié peut être caractérisé par sa constante de temps τ. Pour un circuit (**R, L**), on pose : $\tau = \dfrac{L}{R}$.

a)- Montrer que la constante de temps est bien homogène à un temps.

b)- Que représentent **R** dans le circuit ? Quelle est sa valeur ? On admet que : $i(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. Montrer que **A** = $\mathbf{I}_P$.

4)- Valeur de τ.

a)- Donner la valeur de τ déterminée graphiquement.

b)- En déduire la valeur de **L**. Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine quant le régime permanent est établi.

Solution.

1)- Avant de commencer, il faut indiquer le sens positif choisi sur le circuit et noter certains points du circuit.

On note **A** le point du circuit relié à la voie 1 et on note **B** le point du circuit relié à la voie 2.

a)- Identification les grandeurs y_1 et y_2 : La voie 1 visualise les variations de la tension aux bornes de la pile (**E**, **r**), u_{AM}.

- La fonction y_1 représente les variations de la tension u_{AM}.

- La voie 2 visualise les variations de la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R_2 : u_{BM}.

- La fonction y_2 représente les variations de la tension u_{BM}.

b)- Comportement de la bobine : La voie 2 visualise à une constante près les variations de l'intensité i du courant dans le circuit électrique.

- Car $u_{BM} = R.i$. On remarque que le courant électrique ne s'établi pas instantanément. La bobine s'oppose à l'établissement du courant dans le circuit. Elle s'oppose à l'augmentation de l'intensité dans le circuit.

- c)- Valeur de la f.é.m. **E** de la pile : La f.é.m. **E** de la pile est donnée par l'ordonnée à l'origine de la courbe y_1. Il faut tenir compte de l'échelle :

{	**E** ⍰ 5,6 cm	⍰⍰⍰**E** ≈⍰13,1 V
	10 V ⍰ 4,9 cm	

- La f.é.m. **E** de la pile est la tension aux bornes de la pile lorsqu'elle ne débite aucun courant.

2)- Régime permanent :

a)- Expression des tensions : avec l'orientation choisie.

- Tension aux bornes de la pile $u_{AM} = E - r.i$

- Tension aux bornes de la bobine :

$$u_{AB} = L.\frac{di}{dt} + R_1.i$$

Tension aux bornes du conducteur ohmique : $u_{BM} = R_2.i$

Résistance de la bobine : L'additivité des tensions permet d'écrire que :

$$u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$$

$$E - r.i = L.\frac{di}{dt} + R_1.i + R_2.i$$

- En régime permanent $i = I_p = c^{te}$. $E - r.I_p = R_1.I_p + R_2.I_p$

- Le terme $E - r.I_p$ représente l'asymptote horizontale de y_1 et le terme $R_2.I_p$ représente l'asymptote horizontale de y_2. L'écart entre les deux asymptotes horizontales est dû au terme $R_1.I_p$. En conséquence, la bobine possède une résistance non négligeable.

c)- Valeurs de **r** et R_1 : Lorsque le régime permanent est atteint : $u_{AM} = E - r.I_p$ et graphiquement :

{	u_{AM} ⍰ 5,6 cm	⍰⍰⍰u_{AM} ≈⍰11,4 V

10 V ↔ 4,9 cm	

- d'autre part : $\mathbf{u}_{BM} = \mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{I}_p$ et graphiquement :

{	$\mathbf{u}_{BM}$ ↔ 4,6 cm	⇒ $\mathbf{u}_{BM} \approx$ 9,4 V
	10 V ↔ 4,9 cm	

- En conséquence, $\mathbf{u}_{AB} = \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{I}_p$ et graphiquement : $\mathbf{u}_{AB}$ = 11,4 - 9,4 ⇒ $\mathbf{u}_{AB} \approx$ 2,0 V

- On tire : $\mathbf{u}_{BM} = \mathbf{R}_2 \mathbf{I}_P \Rightarrow \mathbf{I}_P = \dfrac{\mathbf{u}_{BM}}{\mathbf{R}_2} \Rightarrow \mathbf{I}_P \approx \dfrac{9,4}{50} \Rightarrow \mathbf{I}_P \approx 0,19 \text{ A}$

$$\mathbf{u}_{AB} = \mathbf{R}_1 \mathbf{I}_P \Rightarrow \mathbf{R}_1 = \frac{\mathbf{u}_{AB}}{\mathbf{I}_P} \Rightarrow \mathbf{R}_1 \approx \frac{2}{0,19} \Rightarrow \mathbf{R}_1 \approx 11\ \Omega$$

- Résistance de la bobine et la Résistance interne de la pile :

$$\mathbf{u}_{AM} = \mathbf{E} - \mathbf{r}\mathbf{I}_P \Rightarrow \mathbf{r} = \frac{\mathbf{E} - \mathbf{u}_{AM}}{\mathbf{I}_P} \Rightarrow \mathbf{r} \approx \frac{12,0 - 11,4}{0,19} \Rightarrow \mathbf{r} \approx 3,0\ \Omega$$

3)- La constante de temps du circuit **RL**. Analyse dimensionnelle.

- $\mathbf{U} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{I} \Rightarrow [\mathbf{R}] = \dfrac{(V)}{(A)} \quad (1)$ D'autre part de la relation : $\mathbf{u}_{AB} = \mathbf{L} \cdot \dfrac{\mathbf{di}}{\mathbf{dt}} + \mathbf{r} \cdot \mathbf{i}$, on tire que :

- $(V) = [\mathbf{L}] \cdot \dfrac{(A)}{(s)} \Rightarrow [\mathbf{L}] = \dfrac{(V) \cdot (s)}{(A)} \quad (2)$ $\quad \dfrac{[\mathbf{L}]}{[\mathbf{R}]} = \dfrac{(V) \cdot (s)}{(A)} \cdot \dfrac{(A)}{(V)} \Rightarrow \dfrac{[\mathbf{L}]}{[\mathbf{R}]} = (s)$

- En combinant (1) et (2) :

- Le rapport $\dfrac{\mathbf{L}}{\mathbf{R}}$ a la dimension d'un temps. Il s'exprime en seconde dans le **S.I.** $\tau = \dfrac{\mathbf{L}}{\mathbf{R}}$ est bien homogène à un temps.

b)- La grandeur **R** représente la résistance totale du circuit : $\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{r} \approx 70\ \Omega$.

- Remarque : au temps **t** = 0, **i** = 0. En conséquence : $\mathbf{i}(0) = \mathbf{A}\left(1 - \mathbf{e}^{-\frac{0}{\tau}}\right) = \mathbf{A} = \mathbf{I}_P = \dfrac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}}$

- $\mathbf{i}(\mathbf{t}) = \dfrac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}}\left(1 - \mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{t}}{\tau}}\right) = \mathbf{I}_P\left(1 - \mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{t}}{\tau}}\right)$ $\quad \mathbf{i}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\left(1 - \mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{t}}{\tau}}\right)$

4)- Étude de la constante de temps .

a)- Détermination graphique de la constante de temps **τ**.

- Pour déterminer graphiquement la valeur de **τ**, on trace la tangente à l'origine à la courbe **i** = f (**t**) et l'asymptote horizontale à cette courbe.

- L’abscisse du point d’intersection de ces deux droites donne la valeur de la constante de temps **τ**.

- $\left[\frac{di}{dt}\right]_{t=0} = \frac{I_P}{\tau}$ la constante de temps est égale à 2,5ms

b)- Valeur de l’inductance **L** : $\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow L = \tau R \Rightarrow L \approx 2,5 \times 10^{-3} \times 70 \Rightarrow L \approx 0,17 \text{ H}$

- Énergie emmagasinée dans la bobine :

- $W_L = E_{bob} = \frac{1}{2} L . i^2 = \frac{1}{2} L . I_P^2$
  $W_L \approx \frac{1}{2} \times 0,17 \times 0,19^2$
  $W_L = E_{bob} \approx 3,1 \times 10^{-3} \text{ J}$