INSPECTION D'ACADEMIE DE PIKINE-GUEDIAWAYE
TEL: 33 834 71 44

Cellule de SCIENCES PHYSIQUES LDT — Tl^{es} S1 ; 2

Lycée THIAROYE — cissdorosp.e-monsite.com

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME
PRELIMINAIRE MATHEMATIQUE : LE PRODUIT VECTORIEL

Définition

On appelle produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ le vecteur noté $\vec{V} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ dont les caractéristiques sont :

— direction : perpendiculaire au plan formé par $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$;

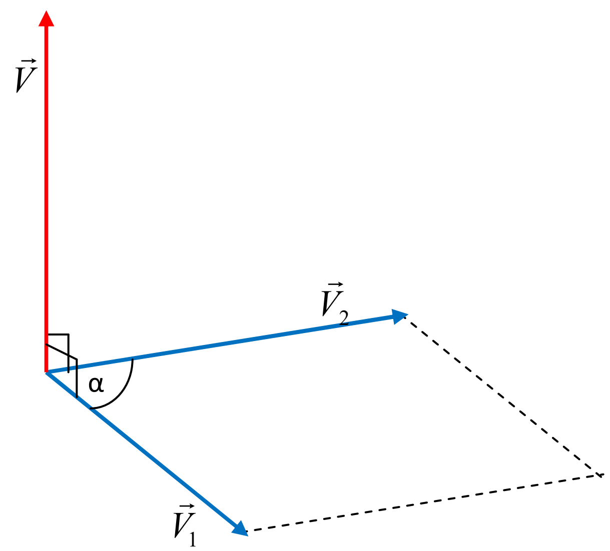
— sens : tel que le trièdre $\left(\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}\right)$ soit directe ;

— norme : $\left\|\vec{V}\right\| = \left\|\vec{V}_1\right\| \times \left\|\vec{V}_2\right\| \times \sin\alpha$ avec $\alpha = \left(\vec{V}_1, \vec{V}_2\right) \in [0, \pi]$.

<u>Règle d'orientation : les trois doigts de la main droite</u>

On place :

- le pouce suivant $\vec{V}_1$;
- l'index suivant $\vec{V}_2$;
- le sens de $\vec{V}$ est donné par le majeur.

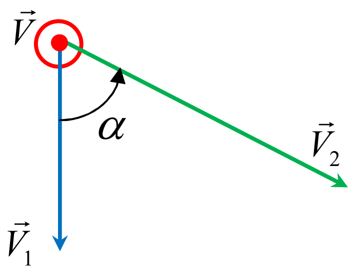


1. Propriétés

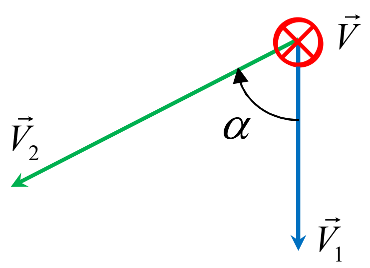
- si $\vec{V}_1$ est colinéaire à $\vec{V}_2$: $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \vec{0}$;
- si $\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$: $\left\|\vec{V}\right\| = \left\|\vec{V}_1\right\| \times \left\|\vec{V}_2\right\|$;
- $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = -\,\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1$;
- $\left(\lambda\vec{V}_1\right) \wedge \vec{V}_2 = \vec{V}_1 \wedge \left(\lambda\vec{V}_2\right) \lambda \in \mathbb{R}$

Représentations conventionnelles

Les vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ étant sur le plan de la feuille, on à :



$\odot$ $\vec{V}$ est dirigé vers l'œil du lecteur (sortant)



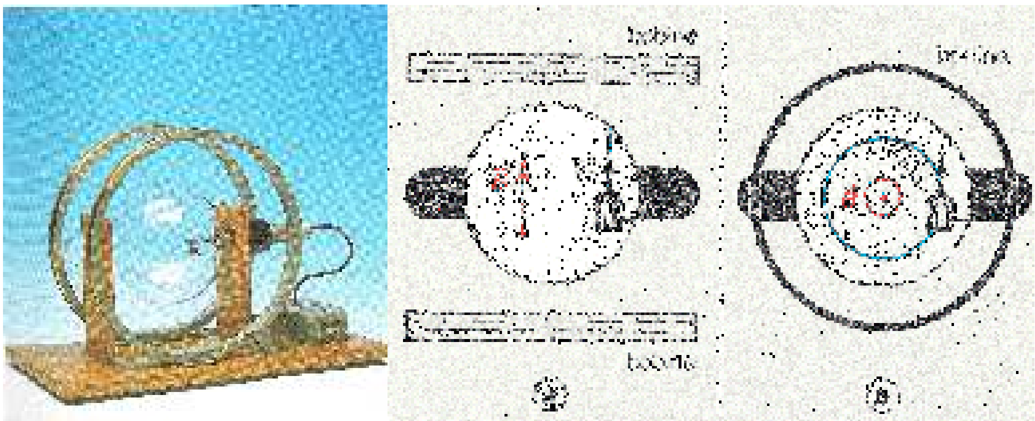
$\otimes$ $\vec{V}$ est dirigé vers rentre dans la feuille (rentrant)

I. FORCE DE LORENTZ

1. Etude expérimentale

1.1. Dispositif expérimental

Une ampoule sphérique munie d'un canon à électrons est placée entre deux bobines de Helmholtz qui, lorsqu'elles sont parcourues par un courant, créent, à l'intérieur de l'ampoule, un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.



Une rotation de l'ampoule permet de modifier l'orientation de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ des électrons sortant du canon.

1.2. Observations

- si $\vec{v}_0$ est colinéaire à $\vec{B}$, les électrons se déplacent suivant une trajectoire **rectiligne** ;
- si $\vec{v}_0$ forme avec $\vec{B}$ un angle **α** quelconque, les électrons se déplacent suivant une trajectoire **hélicoïdale** ;
- si $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$, les électrons décrivent une trajectoire **circulaire**.
  Plus le champ est intense, plus le rayon de la trajectoire est petit. Plus la vitesse des électrons est grande, plus le rayon est grand.

2. Expression de la force de Lorentz

Une particule de charge q en mouvement à la vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ est soumise à une force magnétique (force de Lorentz) $\vec{F}_m$ qui s'exprime par : $\boxed{\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}}$.

<u>**Caractéristiques de la force de Lorentz**</u>

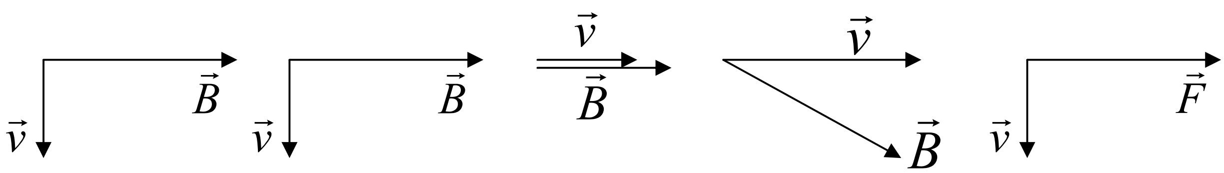
— **direction :** $\vec{F}_m$ perpendiculaire au plan $\left(\vec{v}, \vec{B}\right)$: $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ et $\vec{F}_m \perp \vec{B}$;

— **sens :** tel que le trièdre $\left(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F}_m\right)$ soit directe :

— **norme :** $F_m = |q| \times v \times B \times \sin\left(\vec{v}, \vec{B}\right)$.

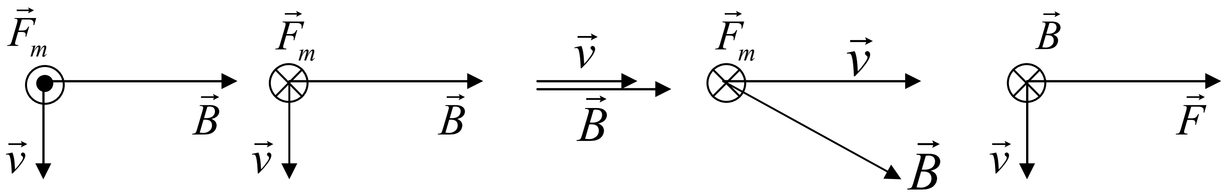
<u>*Exercice d'application n°1*</u>

Une particule de charge q pénètre avec une vitesse $\vec{v}$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et subit la force magnétique $\vec{F}_m$. Représenter dans chaque cas, le vecteur manquant en respectant la direction et le sens.



a) : q > 0 b) : q < 0 c) : q < 0 d) : q > 0 e) : q > 0

Solution



a) : q > 0 b) : q < 0 c) : q < 0 d) : q > 0 e) : q > 0

a) : $\vec{F}_m$ sortant ; b) : $\vec{F}_m$ rentrant ; c) : $\vec{F}_m$ est nulle ; d) : $\vec{F}_m$ est rentrant ; e) : $\vec{B}$ est rentrant.

Remarque

La loi de Lorentz donne la force s'exerçant sur une particule chargée placée dans un champ électromagnétique (ensemble d'un champ électrostatique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$) :

$$\boxed{\vec{F} = q\cdot\left(\vec{E} + \vec{v}\wedge\vec{B}\right)}$$

II. ETUDE THEORIQUE DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE EN MOUVEMENT DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME : CAS OU LA VITESSE DE LA PARTICULE EST PERPENDICULAIRE AU VECTEUR CHAMP MAGNETIQUE

Considérons une particule de charge q et de masse m animée d'une vitesse $\vec{v}_0$ et pénétrant dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ tel que $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$.

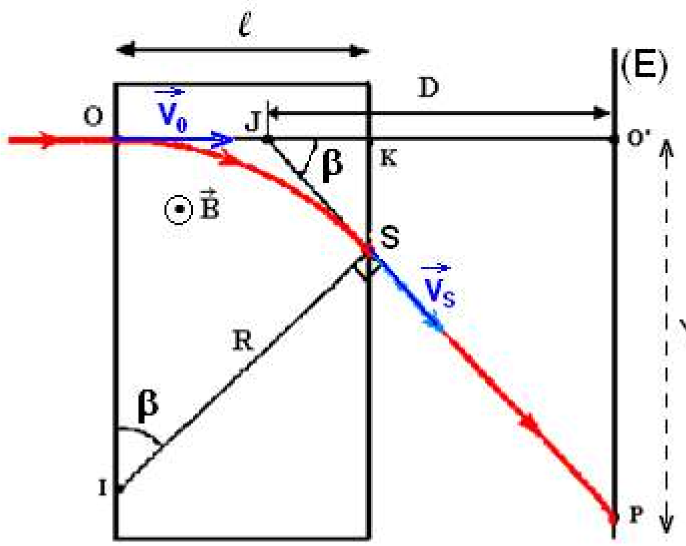
1. Etude dynamique et cinématique

Appliquons à la particule le T.C.I. ($\vec{P}$ étant négligeable devant $\vec{F}_m$).

$\vec{F}_m = m\vec{a}$ or $\vec{F}_m = q\cdot\vec{v}\wedge\vec{B}$ soit $q\cdot\vec{v}\wedge\vec{B} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{a} = \dfrac{q}{m}\cdot\vec{v}\wedge\vec{B}}$

L'accélération dépend des caractéristiques de la particule (sa charge q et sa masse m).

Nature du mouvement



$\vec{a} = \dfrac{q}{m}\cdot\vec{v}\wedge\vec{B} \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{v}$ et $\vec{a}\perp\vec{B}$; donc

$a_z = 0 \Rightarrow \dfrac{dv_z}{dt} = 0 \Rightarrow v_z = cte = v_{0z} = 0 \Rightarrow$

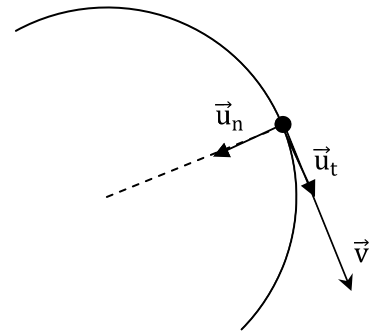
$\dfrac{dz}{dt} = 0 \Rightarrow z = cte = z_0 = 0$.

$z = 0\ \forall\ t$, par conséquent la particule reste dans le plan $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$: le mouvement est plan.

Dans la base de Frénet $\left(\vec{u}_t,\vec{u}_n\right)$, on a

$\vec{a} = a_t\cdot\vec{u}_t + a_n\cdot\vec{u}_n$. $\vec{a}\perp\vec{v} \Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow$

$\dfrac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte = v_0$: le mouvement est uniforme.



$a = a_n = \dfrac{v_0{}^2}{\rho}$, soit $\dfrac{|q|}{m} v_0 B = \dfrac{v_0{}^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \dfrac{m v_0}{|q| B} = cte = R$: la trajectoire est circulaire.

Conclusion

Le mouvement d'une particule chargée lancée avec une vitesse $\vec{v}_0$ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ tel que $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ est :

- plan (plan perpendiculaire au champ $\vec{B}$) ;
- uniforme ;
- circulaire de rayon : $\boxed{R = \dfrac{m v_0}{|q| B}}$.

2. Etude énergétique

— Soit $\mathcal{P}$ la puissance instantanée développée par la force magnétique, $\mathcal{P} = \vec{F}_m \cdot \vec{v} = 0$ car $\vec{F}_m \perp \vec{v}$: la force magnétique développe une puissance nulle.

— Soit δW le travail élémentaire de la force magnétique pendant la durée dt,

$\left.\begin{array}{l} \delta W = \mathcal{P} dt \\ \mathcal{P} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \delta W = 0$, alors $W\left(\vec{F}_m\right) = \int \delta W = 0$: la force magnétique effectue un travail nul.

— Soit $\left(\Delta E_c\right)_1^2$ la variation d'énergie cinétique entre deux instants t_1 et t_2, $\left(\Delta E_c\right)_1^2 = W\left(\vec{F}_m\right) = 0 \Rightarrow$ $E_{c2} = E_{c1}$; par conséquent, $v_1 = v_2$: le champ magnétique ne modifie ni l'énergie cinétique ni la vitesse de la particule.

3. Déflexion magnétiques

L'angle β formé par la direction du vecteur vitesse à l'entrée et à la sortie $\beta = \left(\vec{v}_0, \vec{v}_S\right)$ est appelé **déviation magnétique**.

Détermination : Pour des déviations faibles (β petit) : $\widehat{OS} \approx \widehat{OS'} = \ell$, d'où $\ell = R\beta \Rightarrow$

$\beta = \dfrac{\ell}{R} = \dfrac{\ell |q| B}{m v_0}$. Pour des électrons ou des protons, $|q| = e$, soit $\beta = \dfrac{\ell e B}{m v_0}$

La **déflexion magnétique** est la distance $Y = O'O''$; O' étant le point où la particule devait frapper l'écran en l'absence de champ et O'' le point où la particule frappe effectivement l'écran.

Détermination : on a $\tan\beta = \dfrac{O'O''}{O'I} = \dfrac{Y}{D} \Rightarrow Y = D \times \tan\beta$; β petit $\Rightarrow \tan\beta \approx \beta$, soit

$Y = D \times \beta = D \times \dfrac{\ell |q| B}{m v_0}$.

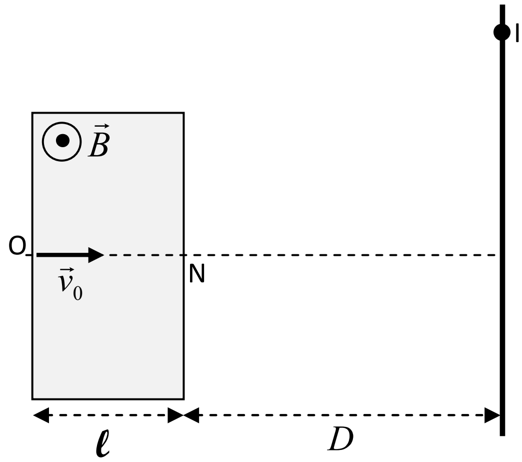
Pour des électrons ou des protons, $\boxed{Y = D \cdot \dfrac{\ell e B}{m v_0}}$

<u>Exercice d'application n°2</u>

Des électrons pénètrent en un point O dans un champ magnétique uniforme

$\vec{B}$ avec une vitesse $\vec{v}_0$ comme indiqué sur la figure ci-contre.

1. Dans quel sens seront déviés les électrons lorsqu'ils pénètrent dans le champ $\vec{B}$?
2. Préciser la nature de leur mouvement dans le domaine délimité par le champ $\vec{B}$ ainsi que ses caractéristiques.
3. Ils sortent du champ en un point N avec une vitesse $\vec{v}$ et heurtent en un point I un écran fluorescent. Quelle est la nature de leur mouvement entre N et I ?



Calculer l'angle α supposé faible que fait $\vec{v}$ avec $\vec{v}_0$.
Calculer la déflexion magnétique subie par les électrons.

On donne :
Masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31} kg$; vitesse des électrons en O : $v_0 = 4{,}2.10^{6} m.s^{-1}$; intensité du champ magnétique : $B = 2\ mT$; largeur du champ magnétique : $\ell = 1\ cm$; distance de l'écran au point N : $D = 39\ cm$.

Corrigé
1. L es électrons seront déviés vers le haut.
2. Les électrons décrivent un mouvement circulaire de rayon $R = \dfrac{mv_0}{eB}$, de centre C situé sur la verticale de O, au dessus et à une distance égale au rayon R.
3. Entre N et I les électrons décrivent un mouvement rectiligne uniforme.

Calcul de l'angle α : $\alpha = \dfrac{\ell eB}{mv_0}$

A.N. : $\alpha = \dfrac{0{,}1 \times 1{,}6.10^{-19} \times 2.10^{-3}}{9{,}1.10^{-31} \times 4{,}2.10^{7}} = \dfrac{1{,}6 \times 2}{9{,}1 \times 4{,}2} \cdot 10^{1}$; $\underline{\alpha = 0{,}08\ rad = 4{,}8°}$.

Calcul de la déflexion magnétique : $Y = \left(D + \dfrac{\ell}{2}\right) \cdot \dfrac{\ell eB}{mv_0} = \left(D + \dfrac{\ell}{2}\right) \cdot \alpha$

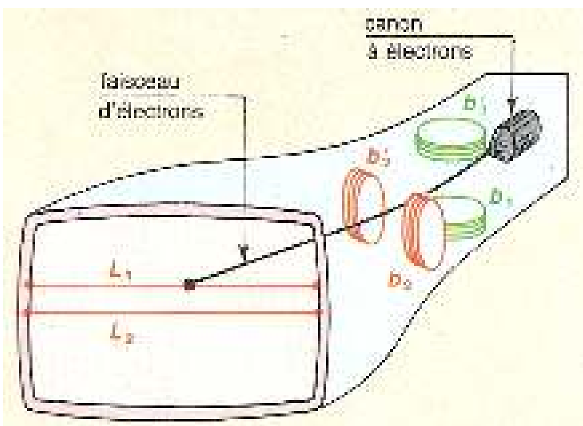
A.N. : $Y = \left(0{,}39 + \dfrac{0{,}01}{2}\right) \times 0{,}08$; $\underline{Y = 3{,}3\ cm}$.

III. APPLICATIONS PRATIQUES

4. Le tube de télévision

Le principe du tube de télévision est basé sur la déflexion d'un faisceau d'électron par un champ magnétique crée par deux paires de bobines.

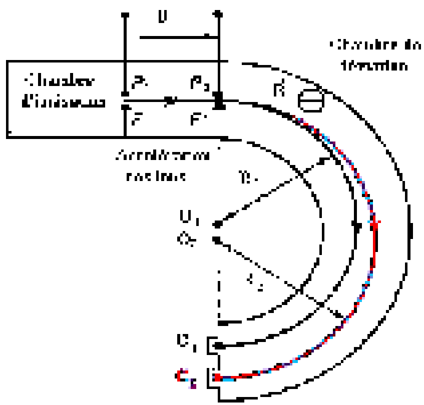
- la paire de bobines (b_1 , b_1') disposées horizontalement crée un champ vertical qui permet le balayage en ligne ;
- la paire de bobines (b_2 , b_2') disposées verticalement crée un champ horizontal qui permet de passer d'une ligne à une autre.



5. Le spectrographe de masse

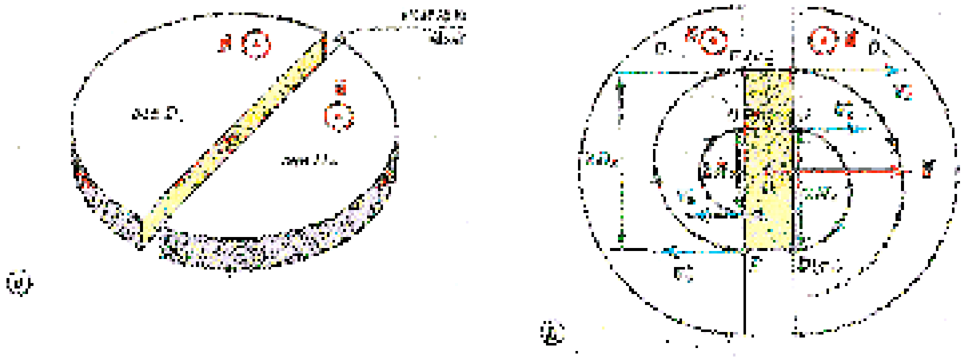
C'est un appareil qui permet de séparer les isotopes d'un élément par utilisation d'un champ électrique et d'un champ magnétique.
Il comprend généralement :

- une chambre d'ionisation où sont produits les ions ;
- une chambre d'accélération où les ions produits sont accélérés par un champ électrique ;
- une chambre de déviation où les ions (isotopes) ayant la même charge mais des masses différentes sont suivant des trajectoires distinctes par un champ magnétique ;
- un détecteur (collecteur ou capteur) où serons recueillis les ions.



6. Le cyclotron

C’est un appareil qui sert à accélérer des particules chargées (des protons par exemple).
Il est constitué de deux demi-cylindres creux D_1 et D_2 appelés **dées** séparés par un intervalle étroit.



A l’intérieur de chaque dée, règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de direction parallèle à l’axe des deux cylindres. Un champ électrique $\vec{E}$ variable est établi dans l’intervalle qui sépare les dées.
A chaque demi-tour, la particule chargée subit une accélération. La durée τ de parcours pour chaque demi-tour est la même dans les deux demi-cylindres.

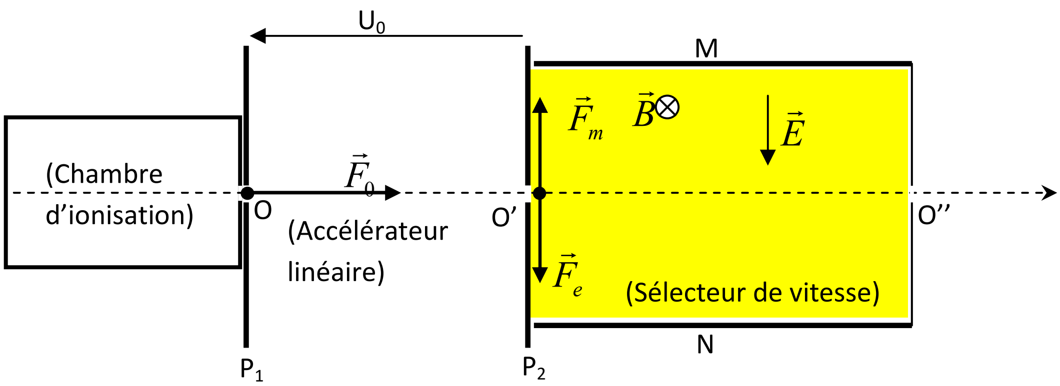
$\tau = \frac{\pi R_1}{v_1} = \frac{\pi R_2}{v_2} \frac{\pi R_3}{v_3} = cte$, soit $\tau = \frac{\pi R}{v}$; avec $R = \frac{mv}{eB}$, il vient $\tau = \frac{\pi}{v} \times \frac{mv}{eB}$ d’où $\boxed{\tau = \frac{\pi m}{eB}}$. La durée τ est donc indépendante de la vitesse.

La période est $T = 2\tau$, soit $\boxed{T = \frac{2\pi m}{eB}}$ et la pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \times \frac{eB}{2\pi m}$, soit $\boxed{\omega = \frac{eB}{m}}$.

7. Le filtre de vitesse

Il est constitué :

- d’une chambre d’ionisation ;
- d’un accélérateur linéaire ;
- d’un séleceur de vitesse.



Les ions produits dans la chambre d’ionisation sont ensuite accélérés dans l’accélérateur linéaire et pénètrent entre les plaques M et N où ils sont soumis simultanément à l’action d’un champ électrique uniforme $\vec{E}$ et d’un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.
Seuls les ions ayant une vitesse v telle que $\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$ pourront traverser l’ouverture O’’.

$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0} \Rightarrow F_e = F_m \Rightarrow |q|E = |q|vB$; soit $\boxed{v = \frac{E}{B}}$.