Cellule de SCIENCES PHYSIQUES LDT
Lycée THIAROYE

GRAVITATION UNIVERSELLE

I.) LOI DE LA GRAVITATION UNIVERSELLE

I.1.) Enoncé de la loi de gravitation universelle : loi de Newton

Les forces d'interactions gravitationnelles s'exerçant mutuellement sur deux masses ponctuelles m_1 et m_2 distantes de d sont dirigés suivant la ligne joignant les deux masses, attractives, proportionnelles au produit des deux masses m_1 et m_2 et inversement proportionnelles au carré de la distance d séparant les deux masses. Ces forces ont même intensité donnée par la loi de Newton :

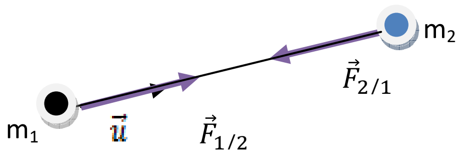
$$\|\vec{F}_{1/2}\| = \|\vec{F}_{2/1}\| = \frac{Km_1m_2}{d^2}$$

$k = 6{,}67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$: Constante de gravitation

I.2.) Force gravitationnelle exercée par une sphère de masse m_1 sur une masse ponctuelle m_2

Un corps dont la répartition de masse est à symétrie sphérique est un corps dont la masse volumique est la même en tout point de ce corps.

La terre, le soleil et la lune peuvent être considérées comme étant des corps dont la répartition de masse est à symétrie sphérique. La loi de Newton s'applique à ces types de corps.



$\vec{F}_{1/2} = \frac{Km_1m_2}{d^2}\vec{u} = -\vec{F}_{2/1}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire et d la distance entre les deux masses

$F_{1/2} = F_{2/1} = \frac{Km_1m_2}{d^2}$

II. CHAMP DE GRAVITATION G :

II. 1. Définition :

Dans toute région de l'espace en un point A quelconque où se trouve placée une masse ponctuelle sur laquelle s'exerce une force d'origine gravitationnelle, alors dans cette région règne un champ gravitationnel noté G.

II.2.) Expression vectorielle de champ gravitationnel :

Tout corps de masse m dans l'espace champ gravitationnel à la distance r_i du corps de masse m_i est soumis à la force d'attraction $\vec{F}_i$:

$$\vec{F}_i = -\frac{kmm_i}{r_i^2}\vec{u}_i = m\left(-\frac{km_i}{r_i^2}\vec{u}_i\right)$$

$\left(-\frac{km_i}{r_i^2}\vec{u}_i\right)$, est le vecteur champ de gravitation au point M_i

$\vec{G} = -\frac{km_i}{r_i^2}\vec{u}_i$; $\vec{G}$ est centripète

II.3.) Expression du champ gravitationnel terrestre :

En un point P de l'espace, un corps placé en un point O de masse M crée un champ de gravitation $\vec{G}$ donné par la relation :

$$\vec{G} = -\frac{KM}{r^2}\vec{u}$$

Si nous prenons notre corps, la terre

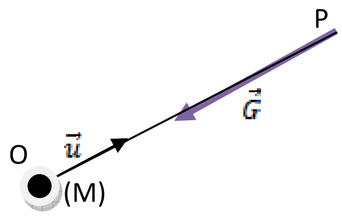
$r = \|\vec{OP}\| = h + R_T$

$G = \frac{KM}{r^2}$

$\vec{G}(P) = -\frac{KM}{(R_T+h)^2}\vec{u}$

R_T est le rayon de la terre

h est l'altitude du point P



r est l'orbite de P
M=$5,98.10^{24} kg$:   masse
de la terre

II.4.) Champ gravitationnel à la surface de la terre

Si le point P est à la surface de la terre, on a $h = 0$, donc :

$G = G_o = \frac{KM}{R^2}$ ce qui donne $G_oR^2 = KM = constante$

$G_o = \frac{6,67.10^{-1}*6.10^{26}}{(6,4.10^6)^2} = 9,8 N.kg^{-1}$

G_o: champ de pesanteur terrestre.

Remarque :

Si $h = 0$ alors, $R^2G_o = KM$

donc: $G(P) = \frac{R^2G_o}{(R+h)^2} = \frac{R^2G_o}{R^2(1+\frac{h}{R})^2} = G_o(1 + \frac{h}{R})^{-2}$

En mathématique, $(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon$ si ε<<<1

$G(P) = G_o(1 - \frac{2h}{R})$: Champ de gravitation au voisinage de la terre

III.) APPLICATIONS : MOUVEMENT D'UN SATELLITE A TRAJECTOIRE CIRCULAIRE :

III.1.) Vitesse de satellisation

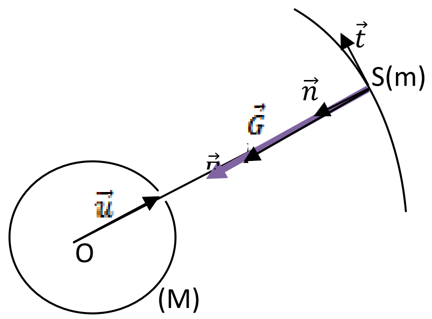
Soit un satellite de masse m qui tourne autour de la terre à une altitude h, le rayon de son orbite est r.

Système : satellite S de masse m

Référentiel : géocentrique supposé galiléen muni de $R(S, \vec{t}, \vec{n})$

Bilan des forces : $\vec{F} = m\vec{G}$

T.C.I : $\vec{F} = m\vec{G} = m\vec{a}$



$\vec{F} = m\vec{G} = m\frac{KM}{(R+h)^2}\vec{n} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{G} = G\vec{n} \Rightarrow a = a_n$ $\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_t = 0 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow V = Cte(mouvement\ uniforme) \\ a_n = G = \frac{KM}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{(R+h)} \Rightarrow v^2 = \frac{KM}{R+h} = \frac{KM}{r}\ avec\ R+h = r(orbite\ du\ satellite) \end{array}\right.$

v=$\sqrt{\frac{KM}{r}}$ et $r = \frac{KM}{v^2} = \frac{G_oR}{v^2}$ ⇒ mouvement circulaire. Le satellite est animé d'un mouvement circulaire uniforme.

III.2.) Période du satellite- la 3e loi de Kepler :

La période d'un satellite notée T est la durée que met le satellite pour effectuer le tour de son astre attracteur.

$v = r\omega \ \Rightarrow \ \omega = \sqrt{\frac{KM}{r^3}} = R\sqrt{\frac{G_o}{r^3}}$ Où ω est la vitesse angulaire

La période T du satellite est :

$T = \frac{2\Pi}{\omega} = 2\Pi\sqrt{\frac{r^3}{KM}} = \frac{2\Pi}{R}\sqrt{\frac{r^3}{G_o}}$

En élevant la période au carré, on a :

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\Pi}{KM} = \frac{4\Pi}{R^2G_o} = Constante$: $3^e loi\ de\ KEPLER$

III.3.) satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est un satellite qui évolue d'ouest en est dans le sens de rotation de la terre, avec la même vitesse angulaire que la terre et se déplaçant dans le plan équatorial sur une orbite circulaire.

On a l'orbite du satellite est: $r = \sqrt[3]{\frac{G_oR^2T^2}{4\Pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{9,8*(6,4.10^6)^2*(86164)^2}{4\pi^2}} = 4,2.10^7 m$

Avec:

$$\begin{cases} G_o = 9{,}8Kg.N^{-1} \\ T = 86164s \\ R_T = 6{,}4.10^6 m \end{cases}$$

L'altitude d'un tel satellite est : $h = r - R = \sqrt[3]{\frac{9{,}8*(6{,}4.10^6)^2*(86164)^2}{4\pi^2}} - 6{,}4.10^6$

$h = 36000Km$

Vitesse d'un satellite géostationnaire $v = R\sqrt{\frac{G_o}{r}} = 6{,}4.10^6\sqrt{\frac{9{,}8}{4{,}2.10^7}} \approx 3Km.s^{-1}$

IV.) <u>ENERGIE POTENTIELLE DE GRAVITATION-VITESSE DE LIBERATION</u> :

La force gravitationnelle est une force conservative, donc son travail ne dépend pas du chemin suivi. L'énergie mécanique d'un satellite qui n'est soumis qu'à la seule force gravitationnelle se conserve :

$E_m = E_c + E_p = Constante$

IV.1.) <u>Energie potentielle de gravitation Ep :</u>

Considérons un corps de masse m qui d'une position 1 à une autre position 2 soumit à une force conservative, on peut écrire $\Delta E_p = -\sum W(\vec{f})_{conservatives}$

$dE_p = -dw$

Le travail élémentaire est:

$dw = \vec{F}.\vec{dr} = -\frac{KmM}{r^2}.dr$

$E_p(r) = \int \frac{KmM}{r^2}.dr + constante = -\frac{KmM}{r} + constante \quad E_p(\infty) = 0 \Rightarrow constante = 0$

$E_p(r) = -\frac{KmM}{r} = -\frac{G_0 mR^2}{r}$

L'énergie cinétique d'un satellite est :

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{KmM}{2r} = \frac{G_0 mR^2}{2r}$

L'énergie mécanique d'un satellite

$E_m(r) = \frac{KmM}{2r} + \frac{KmM}{r} = -\frac{KmM}{2r} = \frac{G_0 mR^2}{2r}$

IV.2.) <u>Vitesse de libération</u> : v_l

La vitesse de libération d'un corps est la vitesse minimale qu'il faut communiquer à ce corps à partir de la terre pour qu'il échappe à l'attraction terrestre. Dans ce cas il faut l'amener à l'infini avec une vitesse nulle.

L'énergie mécanique se conserve et nous avons :

$E_m(\infty) = E_m(r)$

$E_m = \frac{1}{2}mv_l^2 - \frac{KmM}{r} = 0 \Rightarrow v_l = \sqrt{2\frac{KM}{r}} = \sqrt{2}.v_{satellite}$= 11,2 Km/s

<u>V- QUELQUES APPLICATIONS DE LA GRAVITATION UNIVERSELLE:</u>

V-1- <u>Satellite de communication :</u> Telstar 1

La Nasa lance, pour la société AT & T, le satellite de communications Telstar 1. D'un poids de 77 kg et faisant le tour de la Terre en 157,8 min, il est conçu pour recevoir des signaux émis de la Terre, les amplifier et les renvoyer à une autre station terrestre. Il est le premier à transmettre en direct des émissions de télévision d'un côté à l'autre de l'Atlantique.

V-2- <u>Navette spatiale et Sondes :</u>

Une navette spatiale, est un vaisseau spatial conçu pour transporter des hommes et du fret entre la Terre et l'orbite terrestre.

Une sonde est un instrument qui permet de mesure l'atmosphère et l'altitude. Il existe plusieurs types de sondes :

-Sonde Magellan : première sonde interplanétaire lancée depuis une navette spatiale, en 1989. Sa mission consiste à réaliser la cartographie radar de Vénus à l'aide d'une antenne parabolique à grand grain, situé au sommet de l'engin, qui renvoyait les informations vers la terre.

-Sonde Mars Pathfinder : lancé par les Etats-Unis en 1997, est constituée d'un module d'atterrissage équipé d'une station météo, de caméras et d'un petit véhicule tout terrain, baptisé Sojourner, prévu pour explorer la surface de Mars autour du module.

<u>Exercice d'application</u>

<u>Enoncé :</u>

Le 22 février 1986 la fusée Ariane 3 est placée sur orbite circulaire d'altitude 832 km, un satellite du programme spot (satellite spécialisé dans l'observation de la terre et dans la télédétection) G étant la constante de gravitation universelle, l'intensité du champ gravitationnel pour des points d'altitudes z par rapport à la terre est donnée par la relation= $\mathfrak{G} = \frac{GM_T}{(R_T+Z)2}$.

1) Déterminer l'expression de $\mathfrak{G}$ en fonction de R_T, Z et g_0 (intensité du champ gravitationnel à l'altitude 0). 2) Un satellite artificielle de masse m décrit autour de la terre une orbite circulaire $r=R_T+z$ ou z représente l'altitude du satellite par rapport à la terre.

a) Montrer que le mouvement circulaire du satellite est uniforme.

b) déterminer l'expression de la vitesse sur son orbite en fonction de go, R_T et z. La calculer pour le satellite spot.

c) Déterminer ce qu'on appelle période de révolution du satellite T. Déterminer son expression en fonction de go R_T et z .Calculer sa valeur pour le satellite spot en seconde puis en heure données : go=9.80m/s^2 R_T=6.3810^{3}km

---

<u>Résolution</u> Expression de $\mathfrak{G}$ en fonction de RT z et go

$\mathfrak{G} = \frac{GM_T}{(R_T+Z)^2}$; $go = \frac{GM_T}{R_T^2}$, $GM_T = goR_T^2 \Rightarrow \mathfrak{G} = \frac{goR_T^2}{(R_T+Z)^2}$

Montrons que le mouvement est circulaire et uniforme

<u>Référentiel</u> : géocentrique

<u>Système</u> : satellite

BFA : $\vec{F}$

TCI : m$\vec{a}$=: m$\vec{\mathfrak{G}}$ $\Rightarrow \vec{a}=\vec{\mathfrak{G}}=a\vec{n} \Rightarrow \vec{a} = \overrightarrow{\mathfrak{G}n}$ $\vec{a}$ est colinéaire à n

a=$a_n = \frac{v^2}{r}$ $\Rightarrow$ le mouvement est circulaire uniforme car v est constante

2) l'expression de la vitesse du satellite

$a = \frac{v^2}{r} \Rightarrow$ v^2= ar =r$\mathfrak{G}$ or $\mathfrak{G} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow$ v^2= $\frac{GM}{r} = \frac{goR_T^2}{(R_T+Z)}$

$\boxed{V=R_T\sqrt{\frac{go}{(R_T+Z)}}}$ AN. $\boxed{v=7437.13m/s}$

La période de révolution d'un satellite

T=$\frac{2\pi r}{v} = 2\pi \frac{1}{R_T}\sqrt{\frac{r}{gO}}$ T=$\frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{r^3}{g0}}$ = $\frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+Z)^3}{g}}$