Énergie Cinétique

I. Notion de l'énergie cinétique

L'énergie d'un corps est la capacité qu'a ce corps à produire du travail. Elle se manifeste sous différentes formes et peut passer d'une forme à une autre, ou se décomposer en plusieurs formes.

Lorsqu'un corps acquiert de l'énergie du fait de son mouvement, cette énergie est dite cinétique ou énergie de vitesse

La grandeur physique caractérisant l'énergie est notée E et s'exprime en Joule.

II. Energie cinétique d'un corps en translation

II.1. Energie cinétique d'un point matériel

L'énergie cinétique d'un point matériel de masse ***m*** à un instant où sa vitesse est ***V*** est donnée par l'expression :

$$\mathbf{Ec} = \frac{1}{2} mV^2 \quad ; \quad \begin{cases} m : \text{en kilogramme} \\ V : \text{en m/s} \\ Ec : \text{en Joule} \end{cases}$$

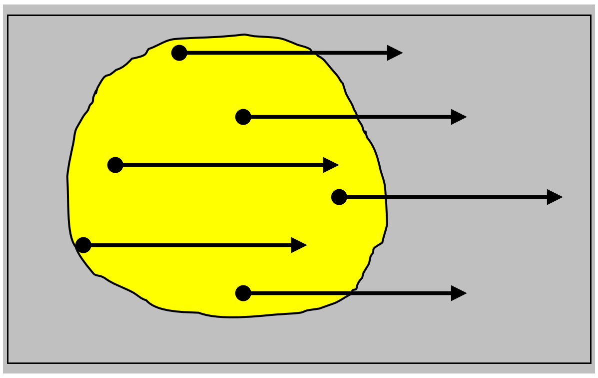
<u>Remarque</u> :

- L'énergie cinétique est une grandeur positive. Sa valeur croit soit avec la masse, soit avec le carré de sa vitesse
- l'énergie cinétique d'un corps dépend du référentiel dans lequel on l'évalue.

II.2. Energie cinétique d'un solide en translation

Considérons un solide de masse M en mouvement de translation de vitesse *V*. On dit qu'un solide est en mouvement de translation si tous les points matériels constitutifs du solide ont même vecteur vitesse à tout instant t.

Le solide est donc constitué d'une infinité de points matériels A_1, A_2, A_3,… de masses respectives m_1, m_2, m_3,…



L'énergie cinétique du solide (S) est la somme des énergies cinétiques de tous les points matériels :

$$\mathbf{Ec = Ec_1 + Ec_2 + Ec_3 + \dots}$$

$$= \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 + \frac{1}{2} m_3 V_3^2 + \dots$$

Or on a $V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V$ (car le solide est en translation)

$$= \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3 + \dots) V^2$$

D'où l'expression donnant l'énergie cinétique d'un solide :

$$Ec = \frac{1}{2} M V^2 \quad ; \quad \begin{cases} M : \text{en kg} \\ V : \text{en m/s} \\ Ec : \text{enJ} \end{cases}$$

Avec $M = m_1 + m_2 + m_3 +$

Exercice d'application :

Un solide de masse M est animé d'un mouvement de translation de vitesse V. Son énergie cinétique est de 1000 Joules.

Quelle serait la nouvelle valeur de cette énergie.

- Si la vitesse du solide était réduite de moitié ?
- Si la vitesse du solide devenait 4 fois plus importante ?
- Si la masse du solide devenait 4 fois plus grande ?
- Si la masse du solide devenait 4 fois plus grande et sa vitesse 2 fois plus faible ?

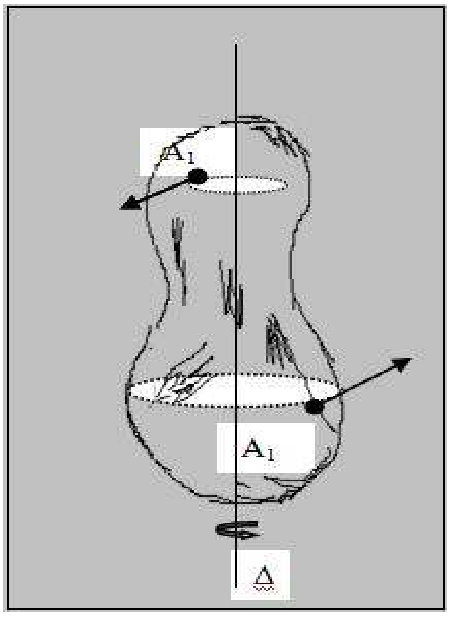
Réponses : E_1= 250J ; E_2= 36000J ; E_3= 4000J ; E_4= 1000J

III. Energie cinétique d'un solide en rotation

III.1. expression de l'énergie cinétique

Considérons un solide de masse M animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ).

Les points matériels constitutifs du solides (A_1, A_2, A_3,…) décrivent tous des cercles centrés sur l'axe de rotation, de rayons respectifs R_1, R_2, R_3,… De plus les points ont, à tout instant, la même vitesse angulaire ω.



L'expression de l'énergie cinétique du solide à un instant où sa vitesse angulaire est ω sera donnée par :

$$Ec = Ec_1 + Ec_2 + Ec_3 + \dots$$

$$= \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 + \frac{1}{2} m\, V_3^2 + \dots$$

Or $Vi = Ri\, \omega i$

$$Ec = \frac{1}{2} m_1 (R_1 \omega_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (R_2 \omega_2)^2 + \frac{1}{2} m_3 (R_3 \omega_3)^2 + \dots$$

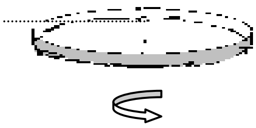
$$= \frac{1}{2} (m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + m_3 R_3^2 + \dots)\, \omega^2 \quad \text{car} \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \dots = \omega$$

La quantité positive$\sum m_i R_i^2$, qui ne dépend que du solide, est appelée moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ). Elle est notée J_Δ et s'exprime en kg.m^2 dans le système international.
L'expression de l'énergie cinétique d'un objet en mouvement de rotation autour d'un axe fixe s'écrit finalement :

$$\boxed{Ec = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2 \quad ; \quad \begin{cases} J_\Delta : \text{kg.m}^2 \\ \omega : \text{en rad/s} \\ Ec : \text{en J} \end{cases}}$$

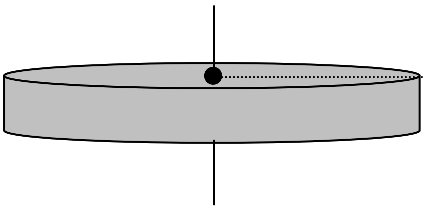
III.2. Moment d'inertie de quelques solides

a) **Cas d'un cerceau** :



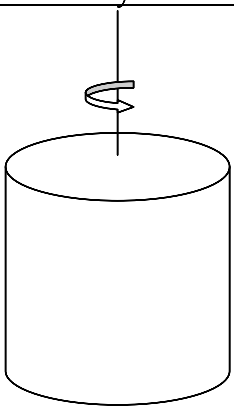
$$\boxed{J_\Delta = MR^2}$$

b) **Cas d'un disque homogène** :



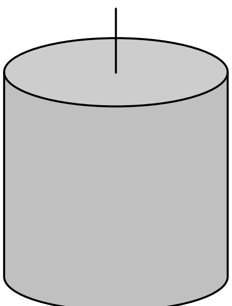
$$\boxed{J_\Delta = \frac{1}{2} MR^2}$$

c) **Cas d'un cylindre creux** :

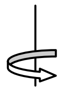


$$\boxed{J_\Delta = MR^2}$$

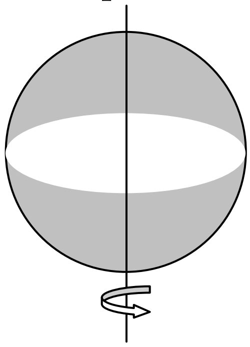
d) **Cas d'un cylindre homogène plein** :



$$\boxed{J_\Delta = \frac{1}{2} MR^2}$$



e) **<u>Cas d’une sphère homogène</u>** :



$$\boxed{J_\Delta = \frac{2}{5} MR^2}$$

III.3. Théorème de HUYGENS

Le théorème de HUYGENS (aussi appelé le théorème de l’axe parallèle) facilite le calcul du moment d’inertie par rapport à un axe quelconque. Soit J_0 le moment d’inertie par rapport à un axe passant par le centre de masse et J le moment d’inertie par rapport à un autre axe, parallèle au premier et à une distance d de celui-ci, alors ce théorème stipule que :

$J = J_0 + Md^2$

Comme exemple d’application du théorème de l’axe parallèle, calculons le moment d’inertie d’une tige de longueur L par rapport à un axe perpendiculaire à la tige et passant par l’une de ses extrémités, on trouve alors :

$J = M\,(L/2)^2 + 1/12\ ML^2$

<u>Exercice d’application</u> :

Un volant est assimilable à un cylindre homogène de masse m=400g et de rayon R=0,4m. Calculer son énergie cinétique lorsqu’il tourne autour de son axe à 1500 tours par minute

Réponse : $E_c = 394{,}4$J

IV. IV. Théorème de l’énergie cinétique

IV.1. Enonce

La variation de l’énergie cinétique d’un système entre deux instants t_i et t_f est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces et couples qui sont appliqués à ce système entre les instants t_i et t_f. Nous noterons :

$$\boxed{\Delta Ec = W\,(\overrightarrow{F})}$$

Ce théorème est général, il est applicable pour tous les types de mouvements : translation, rotation, translation et rotation combinés

<u>Remarque</u> :

Lorsque le système est indéformable, le théorème de l’énergie cinétique s’écrit :

$$\boxed{\Delta Ec = W\ (\textit{forces extérieures})}$$

IV.2. Application du théorème

1. Une pierre est jetée vers le haut avec une vitesse V_0=10m/s, on néglige toutes les forces autres que le poids de la pierre

- Calculer la hauteur h_1 ou se trouvera la pierre lorsque sa vitesse sera de 6m/s ?
- Quelle sera la hauteur maximale atteinte par la pierre

2. Etude d'un plan incliné, un corps de masse m=500g est abandonné sans vitesse initiale sur un plan incliné faisant un angle de 30° par rapport à l'horizontal, sans vitesse initiale.

- Quelle distance doit parcourir le solide pour que sa vitesse soit de 2m/s
- Quelle est sa vitesse lorsqu'il a parcouru 80cm

Evaluation :

- **Exercice 1** :

Un cycliste et sa machine ont une masse totale M = 72 kg.

1) le cycliste roule sur une route horizontale à la vitesse constante de 24 km/h. les frottements chaussée-pneus et la résistance de l'air sont équivalents à une force unique $\vec{f}$ de même direction que le vecteur vitesse. On donne f = 15 N.

Trouver la puissance développée par le cycliste.

2) Le cycliste remonte une route inclinée de pente 3%avec la même vitesse de 24 km/h. les forces résistantes ont la même intensité précédemment. Trouver l'intensité

- **Exercice 2 :**

Un volant de masse m = 1960 kg tourne autour de son axe de révolution (Δ) à raison de N = 1200trs/min.

Il est assimilable à un cylindre homogène plein de rayon R = 50 cm.

1) Calculer le moment d'inertie J_Δ du volant par rapport à l'axe (Δ).
2) Quelle est la variation de la vitesse angulaire du volant (en tours par minute) lorsque le volant perd 1/100 de son énergie cinétique ?
3) On applique au volant une force $\vec{F}$ en un point A situé à d = 40 cm de l'axe (Δ) et tangente au cercle passant par A et centré sur l'axe (Δ).
   Au bout de combien de tours le volant va-t-il s'immobiliser ?

- **Exercice 3 :**

Une roue de rayon R tourne autour d'un axe horizontal Δ dans le sens trigonométrique, à la vitesse angulaire constante de n tours par minute.

1) Pour l'arrêter on exerce tangentiellement une force $\vec{F}$. Quel doit être le sens de $\vec{F}$?

La roue s'arrête après avoir effectué N tours. Calculer le travail effectué par $\vec{F}$ pour arrêter la roue. Le sens positif est le sens de la rotation.

Données numériques : F = 15,0 N ; n =10 ; R = 0,60 m ; N = 50 tours.

2) On supprime la force $\vec{F}$. La roue tourne à la vitesse de n tours par minute, on exerce un couple de frottement de moment constant au niveau de l'axe. Quel doit être le moment M de ce couple pour que la roue s'arrête dans les mêmes conditions que précédemment.
3) Le couple de frottement s'exerçant sur la roue, quelle devrait être la puissance du couple moteur à appliquer à la roue pour la maintenir en rotation à la vitesse angulaire constante de n tours.min^{-1} ?

- **Exercice 4 :**

1) Un disque vertical, mobile autour de l'axe horizontal passant par son centre, de moment d'inertie J = 0,5kg.m² est mis en mouvement par une force constante $\|\vec{f}\|$ d'intensité 20 N, constamment tangente au disque. Le rayon du disque est R = 10cm. Calculer la vitesse atteinte par le disque quand il a effectué 30 tours.

2) On considère maintenant le plateau d'un tourne-disque qui a un moment d'inertie de $4{,}0.10^{-2}$kg.m² par rapport à son axe de rotation. Il tourne à la vitesse constante de 33 tr/min. lorsqu'on débraye le moteur, le plateau effectue 10 tours avant de s'arrêter. Quel est le moment des forces de frottements qui s'exercent sur le plateau (ce moment est supposé constant) ?

Correction application :

1. Réponse : $h_1 = 3{,}2$m ; $h_{max} = 5$m
2. Réponse : $l = 40$cm ; $V_f = 2{,}82$m/s